МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКАЯ АКАДЕМИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ГЛАВЕ ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ»

ГУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭКОНОМИКИ И ТОРГОВЛИ имени МИХАИЛА ТУГАН-БАРАНОВСКОГО»

БАТУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени ШОТА РУСТАВЕЛИ

Кафедра высшей математики

Развитие и применение математических моделей и статистических методов в экономике и управлении

Тезисы докладов III Международной научно-практической интернет-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых
19 апреля 2018 г.

Донецк

2018

УДК 371.122
ББК Ч25
Р 17

Развитие и применение математических моделей и статистических методов в экономике и управлении: тез. докл. III Междунар. науч.-практ. интернет-конф. студ., аспирантов и молод. учен., 19 апреля 2018 г., г. Донецк / ГОУ ВПО «ДонАУиГС», ГУ ВПО «ДонНУЭТ», БГУ. – Донецк: ДонАУиГС, 2018. – 117 с.

Ответственность за аутентичность цитат, правильность фактов и ссылок несут авторы статей.

В сборник вошли научные материалы по проблемам развития и применения математических моделей и статистических методов в экономике и управлении, современной математики, а также моделированию социально-экономических систем.

Освещенные в сборнике проблемы и направления их решения будут полезны студентам, аспирантам, преподавателям и научным работникам, проводящим разработки в области экономических и управленческих исследований.

ББК Ч25
УДК 371.122

СОДЕРЖАНИЕ

Секция 1.

Применение математических моделей в экономических и управленческих исследованиях.

С.А. Аванесов

Научный руководитель: Р.Р. Тимиргалеева, д-р экон. наук, проф.,

И.Ю. Гришин, д-р техн. наук, проф.

Кубанский государственный технологический университет,

г. Краснодар, Россия

МОДЕЛЬ ПРИВЕДЕНИЯ РАЗНОВРЕМЕННЫХ ЗАТРАТ НА ПРОИЗВОДСТВО ПРОДУКЦИИ К ЕДИНОМУ МОМЕНТУ ВРЕМЕНИ

Постановка проблемы и ее связь с актуальными заданиями. Формирование эффективной внутренней структуры предприятия, взаимоотношений с поставщиками и покупателями, расширения бизнеса требует реализации единого логистического подхода. Анализ литературных источников по проблеме показал, что целый ряд авторов подчеркивают важность и необходимость использования логистики субъектами хозяйствования. При этом важным вопросом остается управление затратами в организации логистической деятельности субъектов хозяйствования.

Целью исследования является разработка модели приведения разновременных затрат на производство продукции к единому моменту времени.

Анализ современных исследований и публикаций. Анализ ряда литературных источников [2; 3; 5; 8; 9; 13] показал, что традиционно специалисты рассматривают и рекомендуют такие пути снижения уровня логистических затрат, как: поиск и сокращение видов деятельности, не создающей добавленной ценности, путем анализа и пересмотра цепи поставок; интеграция прямая и обратная для обеспечения контроля над общими затратами; поиск более дешевых заменителей ресурсов.

Изложение основного материала исследования. Ранее в работах [1, 4] нами были получены выражения, позволяющие учитывать фактор времени при оценке затрат производства, а также предложена модель приведения разновременных затрат на производство продукции к единому моменту времени. Это позволило корректно проводить анализ разных инвестиционных проектов, а также проводить выбор лучшей системы организации производства из нескольких возможных альтернативных вариантов. Вместе с тем, полученные выражения были получены при условии бесконечного времени затрат, что делает результаты достаточно абстрактными.

Задача заключается в том, чтобы получить аналогичные выражения для практически важного случая, когда время T является конечным.

Будем считать, что средняя эффективность средств в разных сферах отраслей народного хозяйства отражает нормативный коэффициент эффективности E_H. При этом в какой-то конкретный момент времени t_0 имеют место определенные затраты K_0, а затем ежегодно осуществляются затраты в размере C на протяжении какого-то периода времени (T - произвольный интервал времени в годах) они функционируют.

Тогда, используя известное выражение для расчета суммы спадающей геометрической прогрессии $\sum_{i=1}^{T}(1+E_H)^{-i}$, могут быть получены соотношения для одноразовых (капитализированных) затрат экономической системы K_{Σ}^{0}, а также приведенных годовых затрат $З$:

$$K_{\Sigma}^{0} = K_0 + \frac{C}{E_H}\left[\frac{(1+E_H)^T - 1}{(1+E_H)^T}\right] = K_0 + \frac{C}{E_H} - \frac{C}{(1+E_H)^T E_H}; \qquad \textbf{(1)}$$

$$З = E_H K_0 + C + \frac{E_H K_0}{(1+E_H)^T - 1}. \qquad \textbf{(2)}$$

Следует обратить внимание на некоторые особенности показателей, связанных конечным временем T. Во-первых, приведенные годовые затраты $З$ имеют место только на протяжении периода времени T, а не на бесконечном промежутке времени. Во-вторых, новый член $\frac{E_H K_0}{(1+E_H)^T - 1}$ в выражении (2) имеет вполне определенный содержательный смысл. Он отражает затраты части первичного вложения средств K_0 за один год.

Выводы. Таким образом, предложенная модель приведения разновременных затрат на производство продукции к единому моменту времени позволит эффективно управлять затратами, корректно проводить анализ разных инвестиционных проектов, а также проводить выбор лучшей логистической системы организации производства из нескольких возможных альтернативных вариантов.

Литература:

1. Грішин І.Ю. Модель приведення різночасових витрат на виробництво продукції до єдиного моменту часу / Р.Р. Ларіна, І.Ю. Грішин // Проблеми інформатики і моделювання. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013. – С. 8.

2. Дыбская В.В. Логистический подход в решении проблем складской обработки груза // Логистика и бизнес: Сборник. - М.: Бранденс, 2013. - 209 с.

3. Инновационно-логистическое обеспечение международного туризма и круизного бизнеса / Ларина Р.Р., Селиванов В.В., Лукьянова Е.Ю., Шостак М.А. - Симферополь, 2013.

4. Ларіна Р.Р. Модель врахування фактору часу при оцінці витрат виробництва / Р.Р. Ларіна, І.Ю. Грішин // Проблеми інформатики і моделювання. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013. – С. 41.

5. Логистика в управлении организационно-экономическими системами / Р.Р. Ларина, В.Л. Пилюшенко, В.Н. Амитан - Донецк, 2003.

6. Локтев О.П. Автоматизация складского учета на основе штрихового кодирования// Современный склад. - М.: КИАцентр, 2014. - 315 с.

7. Метод динамического программирования и принцип максимума в задачах оптимизации маркетинг-логистических решений / Ларина Р.Р., Гришин И.Ю. // В сборнике: Труды X международной ФАМЭТ'2010 конференции 2011. С. 119-123.

8. Мешалкин В.П., Дови В., Марсанич А. Принципы промышленной логистики. - М.: РХТУ, 2012. - 299 с.Моделирование и структуризация системы

управления предприятиями курортно-рекреационной сферы на основе элементов теории нейронных сетей: основы методологии / Тимиргалеева Р.Р., Гришин И.Ю. // Статистика и Экономика. 2015. № 3. С. 217-220.

9. Регіональні логістичні системи (формування, управління та стратегія розвитку) / Timirgaleeva R.R. - Донецьк, 2004.

10. Управление предприятиями туристско-рекреационной сферы на основе внутреннего маркетинга / Гришин И.Ю., Тимиргалеева Р.Р., Шостак М.А. - Симферополь, 2015.

11. Формирования системы мотивации, направленной на повышение эффективности труда персонала / Крашенинин Е.В., Тимиргалеева Р.Р. // Научные исследования: от теории к практике. 2016. № 2-2 (8). С. 140-142.

12. Формирование концепции информационного обеспечения управления развитием бальнеологических курортных территорий Краснодарского края / Гришин И.Ю., Тимиргалеева Р.Р. // NovaInfo.Ru. 2016. Т. 4. № 47. С. 6743.

13. Чеботаев А.А. Логистика. Логистические технологии. - М.: ИТК «Дашков и К°», 2012. - 389 с.

Д.И. Безухова

Научный руководитель: В.С. Будыка, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ПРИНЯТИЕ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДРОБНО-ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Построение современного информационного сообщества требует разработки, внедрения и использования новых информационных технологий, которые обеспечивают высокий уровень принятия соответствующих решений в различных направлениях управленческой деятельности. Одним из главных направлений является повышение эффективности функционирования предприятий, осуществляемое путем построения автоматизированных систем управления и использования современных информационных технологий. Нахождение оптимальных управлений, определяющих наибольшую эффективность результатов функционирования, предусматривает построение моделей объектов управления, а также решение многошаговой задачи нахождения оптимальных управлений при заданном функционале эффективности функционирования.

Построение информационных моделей и технологий, на основе использования принципа оптимизации и законов сохранение валового продукта для создания автоматизированных систем, позволило найти модель предприятия с помощью дробно-линейного программирования.

В некоторых практических задачах критерий принятия решений описывается отношением двух экономических или технических параметров. Например, рентабельность определяется как отношение между прибылью и затратами. В таких случаях необходимо принимать решение с целью максимизации или минимизации отношения двух параметров. Если каждый из них математически описывается линейной функцией, то в таких ситуациях необходимо найти экстремум (максимум или минимум) отношения двух линейных функций. Отношение двух линейных функций называют дробно-линейной целевой функцией. Задача оптимизации дробно-линейной функции при линейных ограничениях называется задачей дробно-линейного программирования.

Таким образом, при изучении задач с дробно-линейными критериями необходимо исследовать новый класс задач оптимизации – задачи дробно-линейного программирования. Как будет показано в дальнейшем, для исследования задач дробно-линейного программирования можно использовать

Постановка задачи.

Администрация производственной фирмы желает рассчитать еженедельную программу выпуска своих изделий А и В, которая дает максимум чистого дохода на рубль всех сделанных затрат.

Изделие А гарантированно реализуется по цене 200 руб./кг, а изделие В по цене 25 руб./кг.

Расход сырья на кг изделия А составляет 3 кг, а на кг изделия В- 2 кг. Расход оборудования на кг изделия А составляет 2 ст. час., на кг изделия В- 4 ст.час. Минимальные объемы сырья и станочного парка, при которых не произойдет остановки производства составляют, соответственно: 600 кг, и 400 ст. час. в неделю. Фирма же имеет 1800 кг сырья, 800 ст. час. оборудования. Администрация фирмы заключила договор на продажу 50 кг изделия В.

Себестоимости изделия А и изделия В (без учета заработной платы) составляют, соответственно, 150 руб. /кг, 3 руб. /кг.

Сумма оплаты рабочих и служащих фирмы вместе с другими накладными расходами составляет 2,76 тыс. руб. в неделю.

1. Строим экономико-математическую модель.

Обозначим x_1 – объем выпуска изделий А;

x_2 – объем выпуска изделий В.

Ограничения:

по сырью: $600 \le 3x_1 + 2x_2 \le 1800$;

по оборудованию: $400 \le 2x_1 + 4x_2 \le 800$;

по контракту с покупателем: $x_2 \ge 50$;

условия неотрицательности $x_1 \ge 0$; $x_2 \ge 0$;

$Z_1 = 200x_1 + 25x_2$ (выручка)

$Z_2 = 150x_1 + 3x_2 + 2760$ (затраты)

$Z_1 - Z_2 = 50x_1 + 22x_2 - 2760$ (доход)

Критерий эффективности – рентабельность:

$$Z = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2} = \frac{50x_1 + 22x_2 - 2760}{200x_1 + 3x_2 + 2760}.$$

Получили задачу дробно-линейного программирования. Запишем условия построенной модели в стандартной форме записи:

$$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 50;$$

$$3x_1+2x_2 \le 1800;$$

$$3x_1+2x_2 \ge 600;$$

$$2x_1+4x_2 \le 800;$$

$$2x_1+4x_2 \ge 400.$$

$$Z=\frac{50x_1+22x_2-2760}{200x_1+3x_2+2760} \to \max .$$

2. Решаем задачу графическим методом. Построим область ОДР.

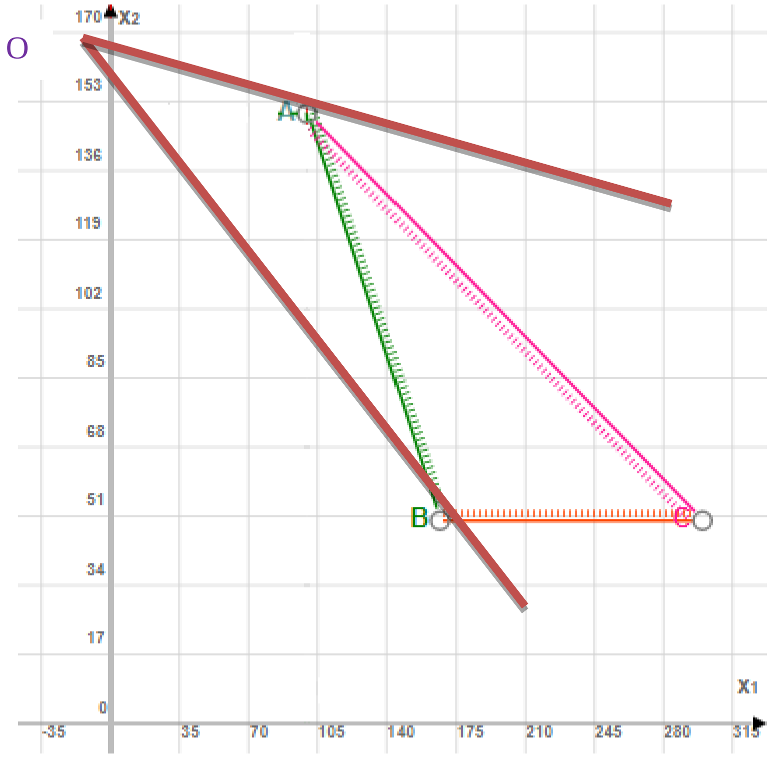


Рис. 1. Область допустимых решений задачи

Найдем начало координат новой системы координат, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} 50x_1+22x_2=2760, \\ 200x_1+3x_2=-2760. \end{cases}$$

Решим систему методом Крамера:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 50 & 22 \\ 200 & 3 \end{vmatrix}=-4250, \qquad \Delta_1=\begin{vmatrix} 2760 & 22 \\ -2760 & 3 \end{vmatrix}=69000,$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 50 & 2760 \\ 200 & -2760 \end{vmatrix}=-690000.$$

$$x_1=-16, \quad x_2=162.$$

Таким образом, начало координат новой системы находится в точке O(-16;162).

Найдем угловой коэффициент:

$$K(x_1) = \frac{50 - 200Z}{3Z - 22}, \quad K'(x_1) = \frac{4250}{(3Z - 22)^2} > 0.$$

Значит, т. А (100;150) является максимумом целевой функции,

$$Z_{\max} = Z(100;150) = \frac{5540}{23210} = 0,24.$$

Предприятию, необходимо в еженедельной программе выпускать 100 кг изделий вида А, и 150 кг изделий вида В, которые дают максимум чистого дохода на рубль всех сделанных затрат, сумма которого составила 0,24 рубля.

И.С. Гарькавый

Научный руководитель: В.Ю.Лунина, канд. экон. наук, ст. преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ТЕНДЕНЦИИ СЛИЯНИЙ И ПОГЛОЩЕНИЙ НА МИРОВОМ РЫНКЕ В СОВРЕМЕННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Условия современной мировой экономики усиливают тенденции глобальной интеграции, которые проявляются в появлении новых компаний на рынках, также в концентрации капитала и консолидации бизнеса.

В современных условиях мирового финансового кризиса наиболее эффективным механизмом реорганизации и продвижения бизнеса многими компаниями различных стран признана стратегия слияния и поглощения (Mergers and Acquisition – M&A) [1]. Слияние предполагает процесс приобретения компанией контроля над другой компанией, имеющей дружественный характер, нацеленный на системную интеграцию всех видов деятельности объединяющихся компаний на долгосрочную перспективу развития. Под поглощением компании понимается процесс приобретения компанией контроля над другой компанией, имеющей враждебный характер, нацеленный на системную интеграцию всех видов деятельности объединяющихся компаний, как на долгосрочную, так и на краткосрочную перспективу [2].

Реализация стратегии M&A дает компаниям ряд преимуществ, таких как успешность компании за счет объединения бизнеса, завоевание и закрепление ею лидерских позиций на рынке, рост прибыли и доли рынка, применение инновационных перспективных методов управления.

Практика слияний и поглощений на мировом рынке имеет достаточно выраженную специфику. С самого возникновения фондового рынка его развитие осуществлялось в качестве рынка корпоративного контроля, где преобладали стратегические инвесторы. Основные действия по реорганизации компаний не направлены на увеличение эффективности вследствие реструктуризации капитала.

Мировой рынок слияний и поглощений в 2016 г. не достиг головокружительных высот по сравнению с 2015 г. (рис.1). На снижение активности сделок повлияло множество различных факторов, основными из которых являются политическая неопределенность, снижение доверия к компаниям, усиление экономической нестабильности. На 2016 г. состоялось 12 283 сделки на сумму 2,2 трлн долл. США, что ниже на 20 % аналогичного показателя в 2015 г. Однако стоит отметить, что пусть и активность сделок по слиянию и поглощению уменьшилась по сравнению с двумя предыдущими годами, но стоимость сделок в 2016 г. показала ежеквартальные повышения. Так, в третьем квартале 2016 г. сумма сделок составила 812,9 млрд долл. США, что на 8,8 % выше аналогичного показателя во втором квартале 2016 г [3].

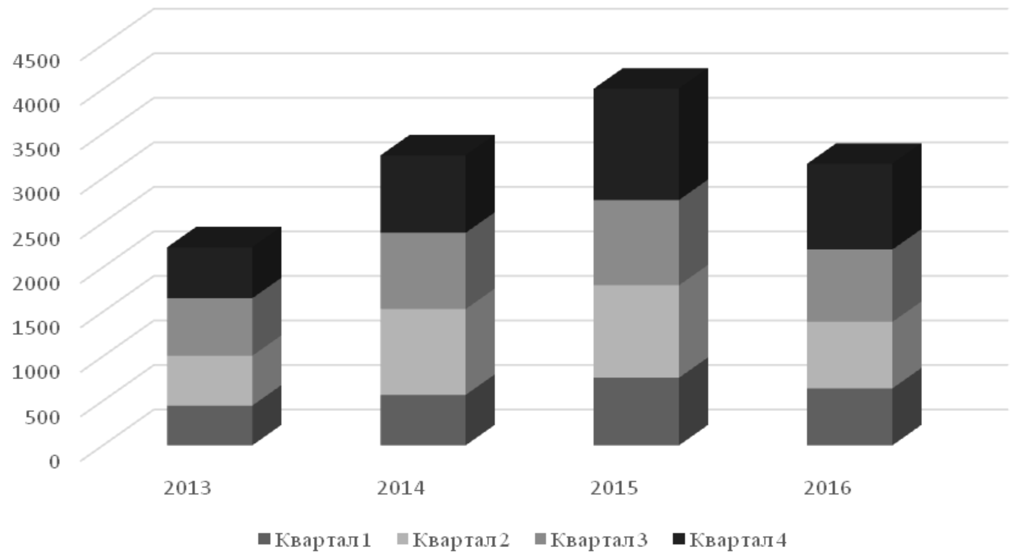


Рис. 1. Стоимость сделок по слияниям и поглощениям, млрд. долл. США

В 2016 г. Китай был основным двигателем количества сделок по слиянию и поглощению и обгонял все страны Азиатско-Тихоокеанского региона. Китайские сделки являлись доминирующими в размере 434 сделок на сумму 162,9 млрд долл. США, что составляет рекордные 84,7 % от суммы сделок и 46,3 % от числа сделок в Азиатско-Тихоокеанском регионе. В основном сделки заключались на рынке химической промышленности и на рынке технологий (рис. 2) [3].

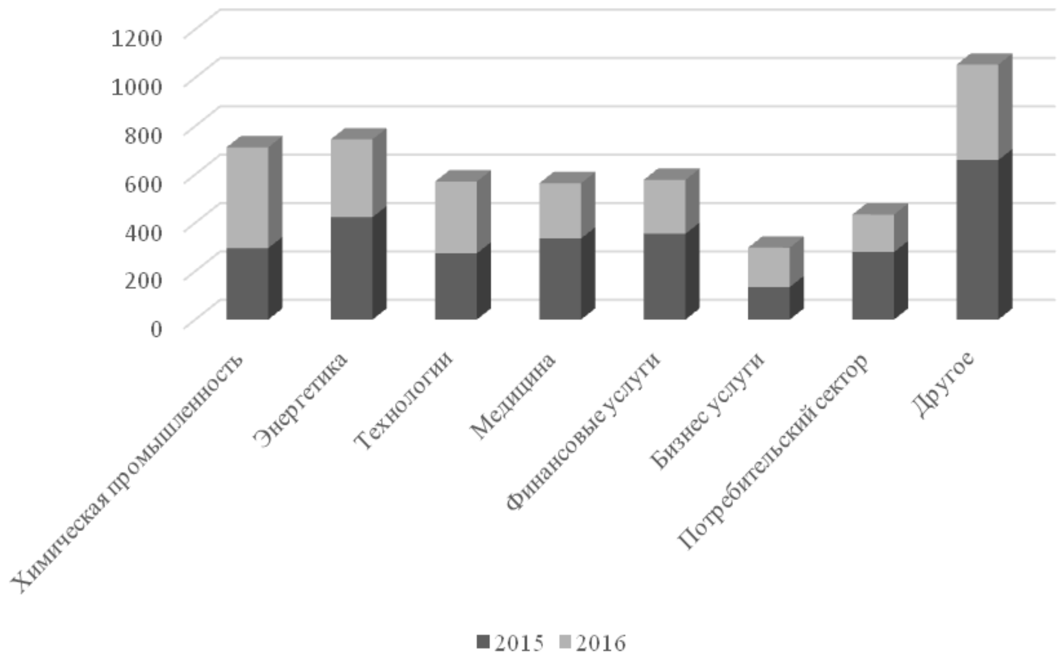


Рис. 2. Мировой рынок M&A по секторам, млрд. долл. США

Таким образом, пусть показатели 2016 г. существенно ниже 2015 г., но рост количества и суммы сделок по кварталам дает основания полагать, что в будущем положительная динамика восстановится.

В целом можно сделать вывод, что в современных условиях слияния и поглощения являются наиболее распространенным видом предпринимательской деятельности. Сделки по слиянию и поглощению улучшают материально-производственную сферу, повышают прибыльность, устойчивость, создают положительный имидж компании.

Литература:

1. Слияние и поглощение компаний: виды и особенности [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.financial-lawyer.ru/newsbox/business_plan/141-530655.html (дата обращения: 03.04.2018)

2. Слияния и поглощения: обеспечение активной роли брендинга [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.marketing.spb.ru/lib-comm/brand/ma_branding.htm (дата обращения: 02.04.2018)

3. Рынок слияний и поглощений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mergers.akm.ru/pages/stats (дата обращения 03.04.2018)

Ю.В. Епанова

Научный руководитель: В.С. Будыка, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ПРИМЕНЕНИЕ СИМЛЕКС-МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ

Дробно-линейное программирование – это область математического программирования, связанная с отысканием экстремальных значений (max или min) некоторой дробно-линейной целевой функции в линейной области ограничений. Задачи такого типа, вообще говоря, являются нелинейными задачами оптимизации, однако, путем соответствующего преобразования, сводятся к задачам линейного программирования, правда, с повышением размерности.

Дробно-линейное программирование относится к нелинейному программированию, так как имеет целевую функцию, заданную в нелинейном виде. Решим задачу дробно-линейного программирования симплексным методом.

Постановка задачи.

Для производства двух видов продукции используют оборудование трех типов. Имеются следующие данные:

Вид продукции	Затраты времени на обработку единицы продукции, ч			Затраты на производство одного изделия, тыс. руб.
	I	II	IV	
P_1	2	1	12	2
P_2	8	1	3	3

Известно, что оборудование типов I и III можно использовать не более 26 и 39 часов соответственно, а оборудование типа II должно быть использовано не менее 4 часов. Определите план выпуска продукции, при котором средняя себестоимость выпуска одного изделия будет минимальной.

Тогда математическая модель примет вид:

$$z = \frac{400x_1 + 600x_2}{x_1 + x_2} \to \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 16x_1 + 4x_2 \le 784, \\ 8x_1 + 7x_2 \le 552, \\ 5x_1 + 9x_2 \le 567, \\ x_1 \ge 10,\ x_2 \ge 20. \end{cases}$$

Решение. Сведем данную задачу к задаче линейного программирования: $x_1 + x_2 = \frac{1}{d}$

$$F = 400x_1d + 600x_2d \to \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 16x_1d + 4x_2d \le 784d, \\ 8x_1d + 7x_2d \le 552d, \\ 5x_1d + 9x_2d \le 567d, \\ x_1d \ge 10d,\ x_2d \ge 20d, \\ x_1d + x_2d = 1. \end{cases}$$

Обозначим: $y_1 = x_1d,\ y_2 = x_2d,\ y_3 = d$. Тогда задача принимает вид:

$$F = 400y_1 + 600y_2 \to \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 16y_1 + 4y_2 - 784y_3 \le 0, \\ 8y_1 + 7y_2 - 552y_3 \le 0, \\ 5y_1 + 9y_2 - 567y_3 \le 0, \\ y_1 - 10y_3 \ge 0, \\ y_2 - 20y_3 \ge 0, \\ y_1 + y_2 = 1, \\ y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0. \end{cases}$$

Решим полученную задачу симплекс-методом. Введем дополнительные переменные:

$$\begin{cases} 16y_1 + 4y_2 - 784y_3 + x_4 = 0, \\ 8y_1 + 7y_2 - 552y_3 + x_5 = 0, \\ 5y_1 + 9y_2 - 567y_3 + x_6 = 0, \\ y_1 - 10y_3 - x_7 + x_9 = 0, \\ y_2 - 20y_3 - x_8 + x_{10} = 0, \\ y_1 + y_2 + x_{11} = 1. \end{cases}$$

$$F = 400y_1 + 600y_2 + My_9 + My_{10} + My_{11} \to \min.$$

Составляем симплекс-таблицу.

Базис	b	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}
y_4	0	16	4	-784	1	0	0	0	0	0	0	0
y_5	0	8	7	-552	0	1	0	0	0	0	0	0
y_6	0	5	9	-567	0	0	1	0	0	0	0	0
y_9	0	1	0	-10	0	0	0	-1	0	1	0	0
y_{10}	0	0	1	-20	0	0	0	0	-1	0	1	0
y_{11}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$F(y)$	M	-400+2M	-600+2M	-30M	0	0	0	-M	-M	0	0	0

После нескольких улучшений получим оптимальную симплекс-таблицу.

Базис	b	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}
y_1	$\frac{11}{16}$	1	0	0	$\frac{5}{256}$	0	0	0	$\frac{49}{64}$	0	$-\frac{49}{64}$	$\frac{11}{16}$
y_2	$\frac{5}{16}$	0	1	0	$-\frac{5}{256}$	0	0	0	$-\frac{49}{64}$	0	$\frac{49}{64}$	$\frac{5}{16}$
y_6	$\frac{167}{64}$	0	0	0	$-\frac{487}{1024}$	0	1	0	$\frac{181405}{18688}$	0	$-\frac{181405}{18688}$	$\frac{167}{64}$
y_3	$\frac{1}{64}$	0	0	1	$-\frac{1}{1024}$	0	0	0	$\frac{3}{256}$	0	$-\frac{3}{256}$	$\frac{1}{64}$
y_7	$\frac{17}{32}$	0	0	0	$\frac{15}{512}$	0	0	1	$\frac{83}{128}$	-1	$-\frac{83}{128}$	$\frac{17}{32}$
y_5	$\frac{15}{16}$	0	0	0	$-\frac{143}{256}$	1	0	0	$\frac{365}{64}$	0	$-\frac{365}{64}$	$\frac{15}{16}$
$F(y)$	462,5	0	0	0	$-3\frac{29}{32}$	0	0	0	$-153\frac{1}{8}$	-M	-M	462,5-M

Получили оптимальное решение:

$$y_1 = \frac{11}{16}, \quad y_2 = \frac{5}{16}, \quad y_3 = \frac{1}{64}.$$

Тогда, возвращаясь к исходным переменным, получим:

$$x_1 = \frac{y_1}{y_2} = 44, \quad x_2 = \frac{y_2}{y_3} = 20. \quad z_{\min} = 462,5.$$

Таким образом, в процессе выполнения данной работы были решены следующие задачи:

1) раскрыты основные понятия дробно-линейного программирования;

2) рассмотрен метод решения задач дробно-линейного программирования;

3) изучен алгоритм сведения модели дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

Литература:

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. 317 с.

2. Волошин Г.Я. Методы оптимизации в экономике. – М.: Дело и сервис, 2004. 320с.

3. Левин В.И. Интервальные методы оптимизации систем в условиях неопределенности. – Пенза: Изд-во ПТИ, 1999. 101с.

4. Кузнецов Ю.Н. Математическое программирование. –М.: Высшая школа, 1980. 300 с.

5. Кузнецов Ю.Н. Холод Н.И., Костевич Л.С. Руководство к решению задач по математическому программированию. - Мн.: Высш. шк., 1978.–158 с.

А.В. Залавская

Научный руководитель: Л.Г. Лаврук, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

Постановка проблемы. Данная тема является актуальной, так как математика является неотъемлемой частью экономики и моделирования.

Цель работы: Целью работы является изучение математических моделей в экономике и роль математики в экономике. Данную тему изучали многие ученые, такие как Аристотель, Бернулли, Гаусс, Лаплас и Пуассон, К. Эрроу, Ж. Дебре, Д. Нэш, Ф, Рэмси и многие другие. В статье мы:

- ознакомимся с ролью математики в экономической теории;
- рассмотрим теории общего равновесия в атемпоральных и межвременных версиях;
- изучим концепции равновесия и динамики в экономике.

Изложение основного материала. Математическая модель экономики - это формальное описание определенных соотношений между величинами, такими как цены, производство, занятость, экономия, инвестиции и т.д. с целью анализа их логических последствий. Некоторые из этих отношений вытекают из эмпирического наблюдения; другие выводятся из теоретических аксиом относительно предполагаемого поведения «рационального» экономического объекта. Предполагая, что математическая ошибка не сделана, значимость и важность заключения анализа зависят от поведения модели и от нашей способности выявлять все их последствия. Независимо от того, насколько сложны математические методы, используемые в анализе, значение его окончательных результатов в значительной степени зависит от основных гипотез модели.

Существует несколько различных способов моделирования эволюции систем во времени, но здесь мы сосредоточимся на двух классах моделей, наиболее часто используемых в экономической теории, а именно на разностных уравнениях и обыкновенных дифференциальных уравнениях. Разностные уравнения постулируют функциональную связь между значениями переменных состояния в разные дискретные моменты времени. Общая форма описания дискретных динамических систем имеет вид нелинейного разностного уравнения: $x(t+1) = f(x(t), u(t), y(t) = hx(t))$, где t — дискретное время: $t = 0,1,\dots$. Мы используем одинаковые обозначения для функций, входящих в описание непрерывных и дискретных систем (f и h), чтобы подчеркнуть общность получаемых для них в дальнейшем результатов. Для удобства иногда будет использоваться для моделей и компактное обозначение $\sum = (X, U, Y, f, h)$.

Существует основное различие между неравновесными и равновесными экономическими моделями, и поэтому нам следует кратко обсудить фундаментальное различие в том, как экономисты и ученые используют понятие равновесия. Для динамического теоретика системы равновесие системы является фиксированной точкой, то есть значением x переменной состояния. Таким образом, равновесие является особым состоянием динамической системы, так что если система начинается там и не нарушается, она останется там навсегда. Равновесие экономиста - это ситуация, когда все рынки «ясны», т. е. требования и поставки, создаваемые рациональными, оптимизирующими объектами, равны на всех рынках, и ожидания объектов всегда проверяются. В детерминированном контексте это означает, что у объектов есть «идеальная дальновидность». Результирующие значения переменных состояния (обычно цены и количества товаров) не обязательно постоянны во времени - в этом случае мы говорим о стационарном равновесии, но они могут быть последовательностями значений, которые могут или не могут сходиться к стационарному состоянию. Таким образом, равновесие экономиста может совпадать или не совпадать с математикой. В дальнейшем мы будем использовать термин «равновесие» в смысле экономистов, сохраняя термин «неподвижная точка» для точки равновесия в математическом смысле (конечно, стационарное равновесие является неподвижной точкой).

Вывод. Мы рассмотрели использование математических моделей в экономике, теории общего равновесия в атемпоральных и межвременных версиях, а также изучили концепции равновесия и динамики в экономике. Модели в состоянии изменить эксперимент в экономике, но они требуют огромных усилий. Поэтому моделирование играет важную роль в экономике и превращает его в одно из основных направлений повышения эффективности управления.

Литература:

1. Ален, Р, Макроэкономическая теория, Нью-Йорк: Макмиллан, 1967

2. Бланшар, О.Ю. и С. Фишер. Лекции по макроэкономике, Кембридж, Массачусетс: MIT Press, 1987

3. Хансен, А.Н., Денежная теория и фискальная политика, Нью-Йорк: Макгроу Хилл, 1949.

Е.В. Зинченко

Научный руководитель: Р.Р. Тимиргалеева д-р экон. наук, проф.,

И.Ю. Гришин, д-р техн. наук, проф.

ФГАУО ВО «Крымский Федеральный университет имени В.И. Вернадского»,

г. Симферополь, Россия

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ АССОРТИМЕНТА ТУРИСТСКО-РЕКРЕАЦИОННЫХ УСЛУГ

Постановка проблемы и ее связь с актуальными заданиями. Одним из вариантов увеличения объёмов реализации туристско-рекреационных услуг является создание на предприятиях отрасли оптимального ассортимента предоставляемых услуг. Актуальность данной проблемы состоит в том, что имеющиеся принципы формирования ассортимента туристско-рекреационных услуг мало пригодны для использования в сложившихся условиях.

Целью исследования является разработка модели формирования ассортимента туристско-рекреационных услуг.

Анализ современных исследований и публикаций. Анализ ряда литературных источников показал, что основное внимание сегодня следует уделять не только новизне и качеству предоставляемых услуг, но и своевременности их предоставления. И победителем выходит то предприятие, которое реализует наиболее конкурентоспособные услуги. То есть имеет в своём арсенале такой набор услуг, который будет иметь спрос среди потребителей, а именно – оптимальный ассортимент.

Изложение основного материала исследования. Как показали наши предыдущие исследования, проведенные в работах [1-8] создание оптимального ассортимента туристско-рекреационных услуг даст предприятию ряд конкурентных преимуществ:

– сформировать ассортиментную основу, имеющую возможность реализации с минимальным риском;

– составить перечень услуг, которые может предоставить предприятие при сложившейся структуре потребителей;

– мобильно изменять ассортиментную структуру при изменениях внешней среды;

– повысить эффективность предоставляемых услуг.

Успешное достижение цели возможно при выполнении следующих действий:

1. Изучение рынка туристско-рекреационных услуг и требований потребителей.

2. Анализ структуры ассортимента туристско-рекреационных услуг по различным признакам.

3. Оптимизация ассортимента на основе экономико-математического моделирования.

В качестве средства достижения поставленной цели по третьему пункту, авторами использована теория нечетких множеств, в основе которой лежит понятие нечеткого множества и функции принадлежности. Рассмотрим вначале теоретические аспекты данного метода. Имеется $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ - множество услуг, находящихся в ассортименте предприятия. $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_p\}$ - множество признаков услуг. $Z = \{z_1, z_2, \ldots, z_m\}$ - множество потребителей. Наша задача – определить перспективный ассортимент конкретного предприятия туристско-рекреационной сферы, то есть математически – набор x_j услуг для удовлетворения запросов z потребителей.

Пусть $\xi_R \div X \times Y \to [0;1]$ - функция принадлежности нечёткого бинарного отношения R, определяемая с помощью эксперта.

Отношение R представляется в матричной форме следующим образом:

$$R = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} y_1 & y_2 & \cdots & y_p \end{array} \\ \begin{bmatrix} \xi_R(x_1;y_1) & \xi_R(x_1;y_2) & \ldots & \xi_R(x_1;y_p) \\ \xi_R(x_2;y_1) & \xi_R(x_2;y_2) & \ldots & \xi_R(x_2;y_P) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \xi_R(x_n;y_1) & \xi_R(x_n;y_2) & \ldots & \xi_R(x_n;y_p) \end{bmatrix} \end{array} \qquad (1)$$

Элементы строк матрицы отражают относительные степени принадлежности признаков данным услугам. Чем выше значение, тем более важен признак. Пусть $\psi_S : Y \times Z \to |0;1|$- функция принадлежности нечёткого бинарного отношения S. Для всех $y \in Y$ и всех $z \in Z$ $\psi_S(y;z)$ равна степени совместимости потребителей туристско-рекреационных услуг *z* с признаком *y*. Чем выше значения функции, тем более данный признак совместим с тем или иным потребителем. В виде матрицы — это можно представить следующим образом:

$$S = \begin{array}{c} \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & \cdots & z_m \end{array} \\ \begin{bmatrix} \psi_S(y_1;z_1) & \psi_S(y_1;z_2) & \ldots & \psi_S(y_1;z_m) \\ \psi_S(y_2;z_1) & \psi_S(y_2;z_2) & \ldots & \psi_S(y_2;z_m) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \psi_S(y_p;z_1) & \psi_S(y_p;z_2) & \ldots & \psi_S(y_2;z_m) \end{bmatrix} \end{array} \qquad (2)$$

Значения этой матрицы отражают относительные степени важности признаков Y_i при принятии предприятием z_j решения о разработке и предоставлении ассортимента услуг *y* рассматриваемого предприятия. Из матриц *R* и *S* была получена матрица *T*:

$$T=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{array}\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_m \\ \mu(x_1;z_1) & \mu(x_1;z_2) & \ldots & \mu(x_1;z_m) \\ \mu(x_2;z_1) & \mu(x_2;z_2) & \ldots & \mu(x_2;z_m) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mu(x_n;z_1) & \mu(x_n;z_2) & \ldots & \mu(x_n;z_m) \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Её элементы определяются функцией принадлежности:

$$\mu_{A1}(x;z_i)=\frac{\sum_y \xi_R(x;y)*\psi(y;z_i)}{\sum_y \psi_R(x;y)}; \qquad (4)$$

Для всех $x\in X;y\in Y;z\in Z$. В соответствии с данной теорией, сумма $\sum_y \psi_R(x;y)$ равна степени нечёткого подмножества, указывающей число важнейших признаков y, которое присуще услуге x с точки зрения потребителей этой услуги. Следующим этапом строится матрица (5), где конъюнкция $\wedge$ означает операцию попарного минимума.

$$W=\begin{pmatrix} \mu_{A1}(x_1;z_1)\wedge\mu_{A2}(x_1;z_2) & \ldots & \mu_{Am-1}(x_1;z_{m-1})\wedge\mu_{Am}(x_1;z_m) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \mu_{A1}(x_n;z_1)\wedge\mu_{A2}(x_n;z_2) & \ldots & \mu_{Am-1}(x_n;z_{m-1})\wedge\mu_{Am}(x_n;z_m) \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Порог разделения l ассортимента ограничен условием $l\le\min\limits_{i,j}\max\limits_{x}\min\left(\mu_{A_i}(x;z_i),\mu_{A_j}(x,z_j)\right)$. После выбора этого порога l имеется возможность для любого z определить уровневое множество:

$$M_i=\left\{x \mid \mu_{A_i}(x)\ge\min\limits_{i,j}\max\limits_{x}\min\left(\mu_{A_i}(x;z_i),\mu_{A_j}(x,z_j)\right)\right\}, \qquad (6)$$

$\forall x\in M_i$.

Если принять $\omega(z_i)$ в качестве весовой функции, задающей для каждого потребителя её вес по итогам предыдущей деятельности, то ассортимент предприятия, предоставляющего туристско-рекреационные услуги, можно описать объединением уровневых множеств:

$$M=\cup\omega(z_i)M_i. \qquad (7)$$

При изменении ассортимента, появлении новых видов услуг исследуемого предприятия, рекомендуется их включить в расчёт по приведенной методике и определить насколько он принадлежит множеству услуг оптимального ассортимента. В соответствии с этим определится целесообразность и объём предоставления данных услуг.

Выводы. Таким образом, оптимизация ассортимента на основе рассмотренной методики является одним из этапов разработки стратегии управления внутренним маркетингом предприятия. Данная методика может использоваться не только на уровне отдельных предприятий, но и при управлении отраслью в целом.

Работа выполнена при поддержке Администрации Краснодарского края и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-46-230121 «Модели и методы формирования механизма инновационного развития внутренних бальнеологических курортных территорий Краснодарского края на основе экологистики»).

Литература:

1. Интерактивное бизнес-управление взаимоотношениями в социально-экономической системе туристско-рекреационный регион / Р.Р. Тимиргалеева // Актуальные проблемы современной науки: IV Международная научно-практическая конференция. 2015. С. 378-381.

2. Использование системного подхода при разработке стратегии предприятия // Таланов А.Я., Тимиргалеева Р.Р. Актуальные проблемы экономики современной России. 2015. Т. 2. № 2. С. 365-370.

3. Логистический подход к управлению региональными организационно-экономическими системами // Ларина Р.Р., Гришин И.Ю. - Симферополь, 2012.

4. Логістизація процесів в організаційно-економічних системах / Амітан В.Н., Тимиргалеева Р.Р., Пілюшенко В.Л. - Донецьк, 2003.

5. Метод динамического программирования и принцип максимума в задачах оптимизации маркетинг-логистических решений // Ларина Р.Р., Гришин

И.Ю. В сборнике: Труды X международной ФАМЭТ'2010 конференции 2011. С. 119-123..

6. Проблемы и перспективы взаимодействия санаторно-курортного и туристского комплексов Республики Крым / Тимиргалеева Р.Р., Куц Т.В. Таврический научный обозреватель. 2016. № 2 (7). С. 31-36.

7. Современные тенденции управления развитием организационно-экономических систем (новый взгляд) // Timirgaleeva R.R., Grishin I.Yu. Под редакцией проф. Тимиргалеевой Р.Р. / Симферополь, 2014.

8. Управление развитием предприятий туристско-рекреационной сферы на основе внутреннего маркетинга / Тимиргалеева Р.Р., Гришин И.Ю., Шостак М.А. - Симферополь, 2015.

М.В. Иванов

А.С. Гребёнкина, канд. техн. наук, доц.

ГОУВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР,

Г. Донецк

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ

Постановка проблемы. Многие задачи экономики и управления производственным процессом относятся к задачам линейного программирования. Такими, в частности, являются задачи планирования сроков эксплуатации оборудования, раскроя материалов, транспортная задача. Рассмотрим подробнее транспортную задачу.

Предприятию необходимо составить план перевозок некоторого однородного товара от поставщиков к потребителям. Каждому поставщику известны имеющиеся у него запасы товара. Каждому потребителю известны его потребности. Известны стоимости перевозки единицы товара от каждого поставщика к каждому потребителю. Необходимо спланировать перевозки так, чтобы суммарная стоимость всех перевозок была минимальной.

Как любая задача линейного программирования транспортная задача может быть решена симплекс-методом. Но удобнее решить её методом потенциалов.

Формулировка цели статьи. Показать решение открытой транспортной задачи методом потенциалов.

Изложение основного материала. Задача будет открытой, если спрос меньше предложения. Суммарное количество товаров всех поставщиков превышает суммарную потребность всех потребителей. Поэтому потребности всех потребителей должны быть удовлетворены.

Обозначим c_{ij} – стоимость перевозки единицы товара от поставщика A_i к потребителю B_j, x_{ij} – количество единиц товара, которое должно быть перевезено от поставщика i к потребителю j, a_i – количество товара у поставщика A_i, b_j – количество товара, необходимого потребителю B_j.

Тогда экономико-математическая модель задачи имеет следующий вид [2, с. 18]: найти такую матрицу перевозок $X = (x_{ij}), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$, чтобы удовлетворялась система уравнений

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} = a_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{m1} + x_{m2} + \ldots + x_{mn} = a_m, \\ x_{11} + x_{21} + \ldots + x_{m1} \le b_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{1n} + x_{2n} + \ldots + x_{mn} \le b_n; \end{cases}$$

и целевая функция $F = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \ldots + c_{mn}x_{mn}$ принимала минимальное значение.

Принцип решения задачи рассмотрим на конкретном примере [1, с.256]. Найти оптимальный план транспортной задачи, заданной таблицей *1* (по критерию стоимости, в тыс. руб.):

Таблица 1. Условие транспортной задачи.

A_i		B_j		
		B_1	B_2	B_3
		30	40	30
A_1	70	6	4	5
A_2	40	8	3	2
A_3	50	7	5	6

Общая мощность поставщиков $\sum_{i=1}^{3} a_i = 160$. Общий спрос потребителей $\sum_{j=1}^{3} b_j = 100$.

Введем фиктивного потребителя B_4 со спросом $b_4 = 60$ и нулевыми стоимостями перевозок. Первое распределение товара между поставщиками и потребителями выполним методом северо-западного угла (таблица *2*).

В клетку A_2B_2 ввели нулевую поставку, чтобы число заполненных клеток было равно m+n-1=6. Стоимость перевозки сейчас составляет

$$F_0 = 30 \cdot 6 + 40 \cdot 4 + 30 \cdot 2 = 400 \text{ тыс. руб.}$$

Таблица 2. Первое распределение товара между поставщиками и потребителями.

Поставщики A_i		Потребители B_j				
		B_1 30	B_2 40	B_3 30	B_4 60	
A_1	70	6 30	– 4 40	5	+ 0	$u_1 = 0$
A_2	40	8	+ 3 0	2 30	– 0 10	$u_2 = -1$
A_3	50	7	5	6	0 50	$u_3 = -1$
		$v_1 = 6$	$v_2 = 4$	$v_3 = 3$	$v_4 = 1$	

Найдем потенциалы строчек и столбцов таблицы:

для заполненных клеток: | для пустых клеток:

$u_1+v_1=6, u_1=0, v_1=6;$ | $u_2+v_1=5<8;$

$u_1+v_2=4, v_2=4;$ | $u_3+v_1=5<7;$

$u_2+v_2=3, u_2=-1;$ | $u_3+v_2=3<5;$

$u_2+v_3=2, v_3=3;$ | $u_1+v_4=3>0;$

$u_2+v_4=0, v_4=1;$ | $u_1+v_3=3<5;$

$u_3+v_4=0, u_3=-1;$ | $u_3+v_3=2<6.$

Так как $u_1+v_4=3>0$, то план не оптимальный. Для его улучшения строим цикл, начиная с клетки A_1B_4 (таблица *3*).

Таблица 3. Перераспределение товара между поставщиками и потребителями.

Поставщики A_i		Потребители B_j				
		B_1 30	B_2 40	B_3 30	B_4 60	
A_1	70	6 30	4 30	5	0 10	$u_1=0$
A_2	40	8	3 10	2 30	0	$u_2=-1$
A_3	50	7	5	6	0 50	$u_3=0$
		$v_1=6$	$v_2=4$	$v_3=3$	$v_4=0$	

Аналогично предыдущему находим потенциалы и убеждаемся, что $u_i+v_j\le c_{ij}, i=\overline{1,3}, j=\overline{1,4}$ (для краткости расчеты опускаем). Это значит, что найденный план перевозок оптимальный. Стоимость перевозки равна

$$F_{опт}=30\cdot 6+30\cdot 4+10\cdot 3+30\cdot 2=390 \text{ тыс. руб.}$$

Выводы. По результатам решения задачи можно сделать следующие выводы:

1. Наиболее оптимально поставщику A_1 оставить не вывезенными 10 единиц товара, а поставщику A_3 – 50 единиц товара.

2. Метод потенциалов является более удобным методом для решения транспортной задачи, чем симплекс-метод.

Литература:

1. Гетманцев В.Д. Математика для економістів. Дослідження операцій. Математичне програмування. – К.: КНЕУ, 2006. – 308 с.

2. Тамуров В.І., Шайхет Л.Ю. Елементи математичного програмування та дослідження операцій. Ч.1. Лінійне програмування. – Донецьк: ДонДУУ, 2006. – 122 с.

А.А. Ивахненко
Научный руководитель: Е. Н. Папазова, канд. экон. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В УПРАВЛЕНИИ

Управление предприятием является системным и многосторонним процессом, который включает использование функций планирования, организации, координации, мотивации и контроля для обеспечения эффективного функционирования предприятия. Одними из наиболее действенных инструментов в решении проблем распределения и продуктивного использования факторов производства предприятия являются методы прикладной математики.

Цель статьи: изучение применяемых в менеджменте математических методов и моделей, с целью успешного функционирования предприятия.

Методы прикладной математики – область математических знаний и алгоритмов для решения практических задач в разных сферах жизнедеятельности человека. Что касается менеджмента, то математические методы способствуют быстрому и точному проведению анализа с учетом влияния факторов на результаты деятельности. Например, методы линейного программирования применяются при составлении рациональных планов выпуска и реализации продукции, расчета численности персонала, решения различных управленческих задач [1].

Использование математического анализа при нахождении зависимостей между реальными экономическими процессами демонстративно отображается с помощью математических моделей. Согласно общей классификации выделяют три основные группы моделей: детерминированные, стохастические и игровые.

При разработке детерминированных моделей наиболее характерным требованием является определенность факторов, влияющих на развитие процесса и результат деятельности. Такие модели задаются посредством математических уравнений, что позволяет прогнозировать динамику развития процесса за границами известных данных. Детерминированные математические модели не позволяют одновременно определять влияние множества факторов, а также не учитывают их взаимозаменяемость в системе обратных связей. В этом случае, как правило, ставится задача оптимизации некоторой величины, так например, минимизации затрат.

Стохастические модели применяются при решении проблем, которые нельзя описать с помощью детерминированного анализа. Также использование данных моделей обусловлено необходимостью изучения сложных факторов, которые не могут быть выражены одним количественным показателем. Примерами схоластических моделей служат изменение спроса на продукцию, политических условий.

Игровые модели используются при наличии конфликтных вопросов между сторонами, при моделировании которых используется теория игр. Теория игр определяется наличием сценария дальнейших событий, просчитанных с помощью установления причины конфликта, стратегии участников, их целей и возможностей. Примерами данной модели являются конфликты между конкурентами, поставщиками и потребителями [2, С.3].

Рассмотрим задачу нахождения эмпирической зависимости производительности труда от времени рабочей смены на примере ООО «Тепличный» Донецкой Народной Республики.

Пусть x_i – время рабочей смены, а y_i – количество собранного урожая огурцов в течение рабочей смены (кг/час). Полученные данные представлены в таблице.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	22	25	28	32	30	27	24	18

Построим точечную диаграмму и выберем вид зависимости.

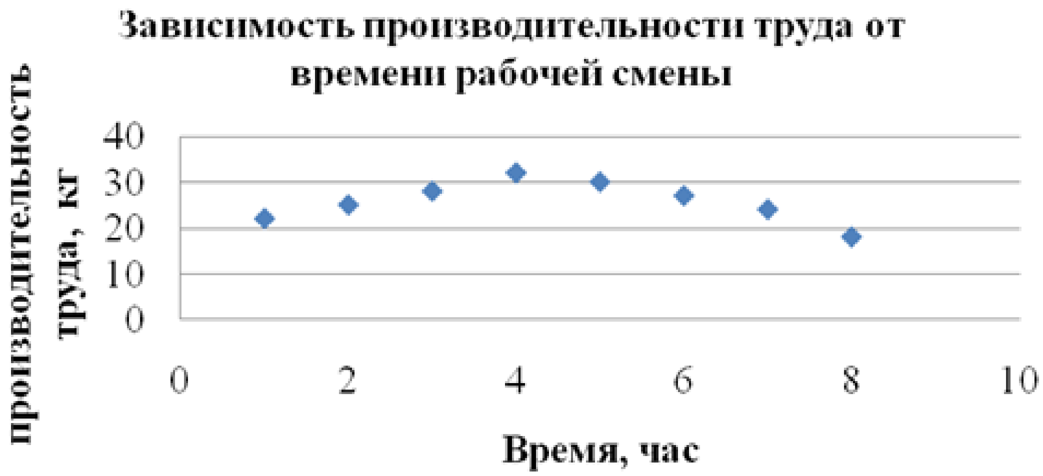


Рис. 1. Точечная диаграмма, отражающая зависимость производительности труда от времени рабочей смены

Предположим, что исследуемая зависимость имеет вид квадратичной функции. Искомое уравнение зависимости производительности труда от времени рабочей смены найдем с помощью метода наименьших квадратов, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^4 + b\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + c\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i, \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i + c * n = \sum_{i=1}^{n} y_i . \end{cases}$$

Необходимые для решения данной системы уравнений расчеты представим в таблице:

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i*y_i	$x_i^2*y_i$
1	22	1	1	1	22	22
2	25	4	8	16	50	100
3	28	9	27	81	84	252
4	32	16	64	256	128	512
5	30	25	125	625	150	750
6	27	36	216	1296	162	972
7	24	49	343	2401	168	1176
8	18	64	512	4096	144	1152
36	206	204	1296	8772	908	4936

Подставим значения вычисленных сумм в систему уравнений:

$$\begin{cases} 8772a + 1296b + 204c = 4936, \\ 1296a + 204b + 36c = 908, \\ 204a + 36b + 8c = 206. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим искомое уравнение квадратичной зависимости:

$$y = -0,87x^2 + 7,37x + 14,75.$$

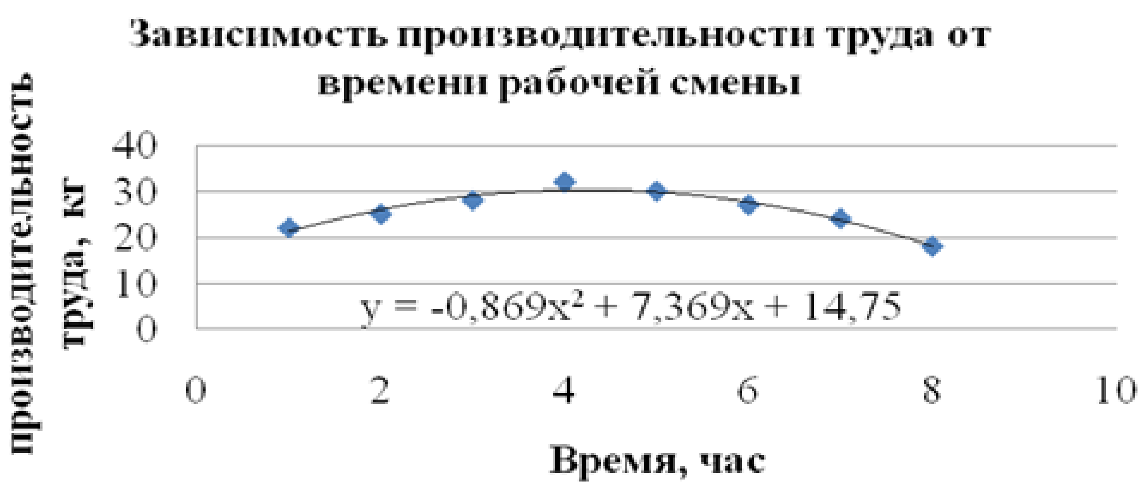


Рис 2. График квадратичной зависимости.

Используя данное уравнение, можно найти прогнозное значение производительности труда в любой момент времени.

Таким образом, использование математических методов и моделей в менеджменте способствует рациональному распределению ресурсов организации, достижению более высокой эффективности управления, за счет возможности прогнозирования деятельности компании и рынка.

Литература:

1. Царегородцев Ю.Н., Ефремова Ю.Е. Экономико-математические методы и модели в управлении ресурсами организации [Электронный ресурс] / Ю.Н. Царегородцев, Ю.Е. Ефремова. – Электрон. дан. – Москва: Горный информационно-аналитический бюллетень, 2008. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/ekonomiko-matematicheskie-metody-i-modeli-v-upravlenii-resursami-organizatsii.

2. Мельникова Е.В., Филатова В.О. Математические методы и модели в управлении / Е.В. Мельникова, В.О. Филатова // Вестник Ростовского социально-экономического института. – 2014. – №4. – С. 2-4.

Н.М. Крикунова

Научный руководитель: Л.Г. Лаврук, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Построение математической модели в прикладных задачах является одним из самых сложных и важных этапов работы. Для использования компьютера в решении прикладных задач необходимо построить ее математическую модель для реального объекта, процесса или системы. Математические модели в количественной форме описывают основные свойства объекта, процесса или системы, его параметры, внутренние и внешние связи.

Для построения математической модели необходимо:

1) тщательный анализ реального объекта или процесса;

2) определить наиболее важные его особенности и свойства;

3) определить переменные, т. е. параметры, значения которых влияют на основные черты и свойства объекта;

4) описать зависимость основных свойств объекта, процесса или системы от величины переменных, используя логико-математические соотношения (далее ЛМС) - уравнения, равенство, неравенство и т.д.;

5) выделить внутренние связи объекта, процесса или системы с помощью ЛМС;

6) определить внешние связи и описать их с помощью ЛМС.

Математическое моделирование, кроме исследования объекта и составления его математического описания, также включает в себя:

1) построение алгоритма, имитирующего поведение объекта, процесса или системы;

2) проверка адекватности модели и объекта, процесса или системы на основе вычислительного и натурного эксперимента;

3) настройка модели;

4) использование моделей.

Математическое описание исследуемых процессов и систем зависит от:

1) природы реального процесса или системы и составляется на основе законов физики, химии, механики, термодинамики, гидродинамики и др.

2) надежности и точности исследования реальных процессов и систем.

На этапе выбора математической модели устанавливаются: линейность/нелинейность объекта, процесса или системы, динамичность/статичность, стационарность/не стационарность, а также степень детерминированности исследуемого объекта или процесса. В математическом моделировании они сознательно отвлекаются от конкретной физической природы объектов, процессов или систем. Основанная на упрощении, идеализации, математическая модель является приближенным описанием объекта и результаты, естественно, являются приближенными.

Построение математической модели обычно начинается с построения и анализа простой математической модели рассматриваемого объекта.

Пример. Нужно определить площадь поверхности стола. Обычно для этого измеряют его длину и ширину, а затем умножают полученные числа. Такая элементарная процедура фактически означает следующее: реальный объект заменяется абстрактной математической моделью - прямоугольником. Прямоугольнику присваиваются размеры длины и ширины поверхности стола, а площадь такого прямоугольника принимается за требуемую площадь стола.

Прежде чем использовать прямоугольную модель для определения области таблицы, следует проверить эту модель: измерить длины противоположных сторон таблицы, а также длины ее диагоналей и сравнивать их между собой.

Рассмотрим еще один пример: изучение движения кривошипного механизма. Для кинематического анализа этого механизма, прежде всего, необходимо построить его кинематическую модель. Для этого:

1) Заменить механизм его кинематической схемой, где все звенья заменены жесткими звеньями;

2) Используя эту схему, выведем уравнение движения механизма;

3) Дифференцируя последние, получаем уравнения скоростей и ускорений, являющиеся дифференциальными уравнениями 1-го и 2-го порядка. Запишем эти уравнения:

$$\begin{cases} S_c = \gamma(1-\cos\varphi+\frac{\lambda}{2}\sin^2\varphi) \\ V_c = (\frac{d\varphi}{dt})\gamma(\sin\gamma+\frac{\lambda}{2}\sin 2\varphi) \\ A_c = (\frac{d^2\varphi}{dt^2})\gamma(\cos\varphi+\lambda\cos 2\varphi) \end{cases}, \qquad (1)$$

где C_0 – крайнее правое положение ползуна C:

R – *радиус* кривошипа АВ; L – *длина* шатуна ВС;

φ – угол поворота кривошипа; $\lambda = \frac{r}{l}$.

Полученные трансцендентные уравнения представляют собой математическую модель, основанную на следующих упрощающих допущениях:

1) нас не интересовали конструктивные формы и расположение масс;

2) мы также не учитывали упругость тел, входящих в механизм;

3) мы не учли погрешности создания звеньев, зазоров в кинематических парах A, B, C и др.

Выбор правильной модели требует сочетания математических и специальных знаний. Поэтому очень важно, чтобы при решении прикладных задач присутствовали специальные и точные знания об объекте, исследовательский опыт, знания компьютеров и программирования.

Литература:

1. Мальцева Т. В. Об одном методе построения математической модели линейного динамического объекта // Молодой ученый. - 2008. - №1. - С. 40-48.

2. Лагутин М. Б. Наглядная математическая статистика: Учеб. пособие / М. Б. Лагутин. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 427 с.

А.С. Никольская

Научный руководитель: Н.В. Брадул, канд. физ.-мат. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМИ РЕСУРСАМИ

Повышение роли персонала и изменение отношения к нему предпринимателей и менеджеров связано, прежде всего, с глубокими изменениями в производстве. Одной из отличительных черт современного производства выступает его сильная зависимость от качества рабочей силы, форм ее использования, степени вовлеченности в дела фирмы. Управление человеческими ресурсами на сегодняшний день приобретает важное значение как фактор повышения конкурентоспособности предприятия в процессе долгосрочного развития.

Эффективно управлять персоналом возможно лишь тогда, когда персонал рассматривается как основной ресурс, как достояние компании, добытое в конкурентной борьбе, которое нужно размещать, мотивировать, развивать наравне с другими ресурсами, чтобы достичь стратегических целей организации. Это предполагает необходимость изучения интересов и потребностей работников, с одной стороны, и работодателей с другой, что требует дополнительных ресурсных затрат и изменений (часто радикальных) применяемых технологий управления.

На сегодняшний день широкий класс задач в управлении человеческими ресурсами решается с помощью применения математических моделей. Актуальным является разработка математического инструментария и информационной технологии, которые в комплексе охватывали бы основные аспекты деятельности по управлению человеческими ресурсами, такие как планирование трудовых ресурсов, наем, распределение, мотивация и вознаграждение, и являлись мощным аналитическим средством поддержки принятия управленческих решений в этой сфере [1].

Применение математических моделей для решения задач управления человеческими ресурсами рассмотрим на примере решения следующей задачи. Для работы в офисе компании по продаже недвижимости требуется в понедельник – среду – не менее 24 работника, в четверг и субботу - не менее 22 работников, в пятницу – не менее 20 работников, основной пик работы приходится на воскресенье, поэтому в воскресенье требуется не менее 28 сотрудников. Причем должен соблюдаться следующий рабочий график: каждый сотрудник работает 5 дней в неделю с 2-мя выходными подряд.

Дневная оплата сотрудников составляет 400 р. (без учета премиальных и комиссионных).

Необходимо определить оптимальное количество человек в смену для обслуживания офиса риэлтерской компании с учетом минимума издержек на заработную плату, учитывая установленный график работы персонала.

Для решения данной задачи построим следующую математическую модель. Пусть x_j - число сотрудников, работающих по j-ому графику.

Запишем матрицу графиков работы сотрудников *A:*

$$\begin{pmatrix} 1\,1\,1\,1\,1\,0\,0 \\ 1\,1\,1\,1\,0\,0\,1 \\ 1\,1\,1\,0\,0\,1\,1 \\ 1\,1\,0\,0\,1\,1\,1 \\ 1\,0\,0\,1\,1\,1\,1 \\ 0\,0\,1\,1\,1\,1\,1 \\ 0\,1\,1\,1\,1\,1\,0 \end{pmatrix}$$

Необходимое количество сотрудников на каждый рабочий день запишем в виде вектора

$$b^t=(24, 24, 24, 22, 20, 22, 28).$$

Вектор почасовой оплаты труда имеет вид:

$$C=(400, 400, 400, 400, 400, 400, 400).$$

Система ограничений на обязательный минимум количества сотрудников в каждый рабочий день представим в виде следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \ge 24 \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \ge 24 \\ x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \ge 24 \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \ge 22 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \ge 20 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \ge 22 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \ge 28 \end{cases}$$

Исходя из экономического смысла задачи, на переменные модели налагаются условие неотрицательности: $x_j \ge 0$. Целевая функция строится исходя из условия минимизации затрат на заработную плату:

$$F = 400x_1 + 400x_2 + 400x_3 + 400x_4 + 400x_5 + 400x_6 + 400x_7 \to \min.$$

Решая поставленную задачу средствами Excel, получим следующее распределение сотрудников по рабочим графикам:

- по 6 сотрудников работают по рабочим графикам с выходными в понедельник-вторник, среда-четверг и четверг-пятница,
- по 4 сотрудника работают по графикам с выходными вторник-среда и воскресенье-понедельник,
- 8 сотрудников имеют график работы с выходными в пятницу-субботу,
- график с выходными в субботу-воскресенье не имеет никто из сотрудников.

Всего фирме требуется 34 сотрудника, еженедельные затраты на заработную плату составляют 13600 руб.

Вывод. Применение математических моделей и информационных технологий для решения актуальных задач в области управления человеческими ресурсами значительно облегчает выбор правильных управленческих решений.

Литература:

1. Фомин Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник; - , 2014. - 464 с.

А.М. Нищирякова, А. В. Филиппова.

Научный руководитель: М.Г. Гулакова, ст. преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ТРЕНДОВЫХ МОДЕЛЕЙ

В практике прогнозирования и планирования показателей хозяйственной деятельности торговых предприятий могут применяться различные виды экономико-статистических моделей. Основой большинства их них является экстраполяция, связанная с распространением закономерностей, связей и соотношений, действующих в изучаемом периоде, за его пределы. В более широком смысле слова – это получение представлений о будущем на основе информации, относящейся к прошлому и настоящему.

Прогнозирование экономических показателей на основе трендовых моделей, как и большинство других методов экономического прогнозирования, основано на идее экстраполяции. Под экстраполяцией обычно понимают распространение закономерностей, связей и соотношений, действующих в изучаемом периоде, за его пределы. В более широком смысле слова ее рассматривают как получение представлений о будущем на основе информации, относящейся к прошлому и настоящему. В процессе построения прогнозных моделей в их структуру иногда закладываются элементы будущего предполагаемого состояния объекта или явления, но в целом эти модели отражают закономерности, наблюдаемые в прошлом и настоящем, поэтому достоверный прогноз возможен лишь относительно таких объектов и явлений, которые в значительной степени детерминируются прошлым и настоящим.

Существуют две основные формы детерминации: внутренняя и внешняя. Внутренняя детерминация, или самодетерминация, более устойчива, ее проще идентифицировать с использованием экономико-математических моделей. Внешняя детерминация определяется большим числом факторов, поэтому учесть их все практически невозможно. Если некоторые методы моделирования, например адаптивные, отражают общее совокупное влияние на экономическую систему внешних факторов, т.е. отражают внешнюю детерминацию, то методы, базирующиеся на использовании трендовых моделей экономических процессов, представленных одномерными временными рядами, отражают внутреннюю детерминацию объектов и явлений.

При экстраполяционном прогнозировании экономической динамики на основе временных рядов с использованием трендовых моделей выполняется следующие основные этапы:

1. Предварительный анализ данных;

2. Формирование набора моделей (например, набора кривых роста), называемых функциями-кандидатами;
3. Численное оценивание параметров моделей;
4. Определение адекватности моделей;
5. Оценка точности адекватных моделей;
6. Выбор лучшей модели;
7. Получение точечного и интервального прогнозов;
8. Верификация прогноза.

Прогноз на основании трендовых моделей (кривых роста) содержат два элемента: точечный и интервальный прогнозы. Точечный прогноз – это прогноз, которым называется единственное значение прогнозируемого показателя. Это значение определяется подстановкой в управление выбранной кривой роста величины времени t, соответствующей периоду упреждения: $t=n+1$; $t=n+2$ и т.д. Такой прогноз называется точечным, так как на графике его можно изобразить в виде точки.

Очевидно, что точное совпадение фактических данных в будущем и прогностических точечных оценок маловероятно. Поэтому точечный прогноз должен сопровождаться двусторонними границами, т.е. указанием интервала значений, в котором с достаточной долей уверенности можно ожидать появление прогнозируемой величины. Установление такого интервала называется интервальным прогнозом.

Интервальный прогноз на базе трендовых моделей осуществляется путем расчета доверительного интервала – такого интервала, в котором с определенной вероятностью можно ожидать появление фактического значения прогнозируемого экономического показателя. Расчет доверительных интервалов при прогнозировании с использованием кривых роста опирается на выводы и формы теории регрессий. Перенесение выводов теории регрессий на временные экономические ряды не совсем правомерны, так как динамические ряды, отличаются от статистических совокупностей.

Методы, разработанные для статистических совокупностей, позволяет определить доверительный интервал, зависящий от стандартной ошибки оценки прогнозируемого показателя, от времени упреждения прогноза, от количества уровней во временном ряду и от уровня значимости(ошибки) прогноза.

Литература:

1. Елисеева И. И. Эконометрика: учеб. пособие / Финансы и статистика, м., 2010;

2. Прогнозирование экономических показателей на основе трендовых моделей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studfiles.net/preview/6278094/page:23. – Заглавие с экрана.

3. Тутубалин В. Н. Границы применимости (вероятностно-статистические методы и их возможности). – М.: Знание, 2008;

4. Леонтьев В. В. Экономическое эссе. Теория, исследования, факты и политика: Пер. с англ. – М.: Политиздат, 2011.

А.И. Половинкин

Научный руководитель: В.Ю. Лунина, канд. экон. наук, ст. преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА НА КОНКУРИРУЮЩИЕ ТОВАРЫ

Формирование спроса на рынке существенным образом определяется наличием взаимозависимых (конкурирующих) товаров. Для описания процесса взаимодействия объемов спроса на такие товары целесообразно использовать аналитические модели.

Наиболее общим видом аналитических моделей является система дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} x_1 = f_1(x_1, x_2, u, t) \\ x_2 = f_2(x_1, x_2, v, t) \end{cases} \qquad (1)$$

соответствующая схеме взаимовлияния конкурирующих видов товаров [1].

В системе (1) приняты следующие обозначения:

x_1, x_2 – средние значения объемов спроса на товары;

u,v – параметры управления.

Физический смысл параметров управления может быть различным в зависимости от целей исследования (например, изменение цены, улучшение потребительских свойств и др.). Уравнения подобного рода получили название уравнений динамики средних и нашли довольно широкое распространение при описании вооруженной борьбы, экологических процессов и т.д. Достоинством моделей этого класса является удобство анализа получаемых на их основе результатов и учета влияния каждого фактора из числа учитываемых на ход и исход процесса (возможность получать решения в обозримом виде) [2].

При построении модели взаимодействия объемов спросов двух конкурирующих видов товаров воспользуемся следующими допущениями:

- составы каждой из групп товаров являются однородными по целевому назначению и имеют начальные значения X_{01}, и X_{02});

- процесс реализации товаров представляет собой пуассоновский поток, пополнение состава группы товаров не производится;

- каждая единица товара стороны S_1, эквивалентна единице товара стороны S_2 (покупатель выбирает или товар X_{01}, или X_{02});

- временем реализации единицы товара можно пренебречь по сравнению с общей продолжительностью реализации всей совокупности товаров;

- в любой момент времени суммарная численность товаров каждой стороны пропорциональна не случайному числу оставшихся товаров, а его средним значениям (математическому ожиданию).

Для вывода уравнений введены следующие обозначения: X_1 - среднее число единиц товара стороны S_1 реализованных к моменту *t*; X_2 - то же для стороны S_2; $Q_{\Delta X}$ - объем спроса на товар X в единицу времени; λ_1, - единичный объем спроса для стороны S_1:

$$\lambda_1 = \frac{Q_{\Delta X}}{X_1(0)},$$

X_2 - единичный объем спроса для стороны S_2.

Для произвольного момента времени t «приращение» величины X_1, за время Δt составит

$$\Delta X_1 = -\lambda_2 \cdot X_2 \cdot \Delta t$$

(величина X_1 за время Δt уменьшается на величину, равную среднему числу реализованных товаров X_2).

Осуществляя предельный переход $\Delta t \to 0$, получим

$$X_1 = \lambda_2 \cdot X_2; \qquad (2)$$

$$X_2 = -\lambda_1 \cdot X_1.$$

Система уравнений (2) допускает обобщения и решение задачи сопоставления потребительских свойств товаров [3].

Рассмотрим простейшую динамическую модель взаимодействия двух видов товаров X_1 и X_2.

Предположим, что для товара X_2 существует обобщенный коэффициент соизмеримости (в качестве эталона будет взят товар X_1). Тогда справедливо следующее представление:

$$X_2 = bX_1. \qquad (3)$$

Используя соотношение (3), систему дифференциальных уравнений (2) можно записать в виде

$$X_1 = -\lambda_2 \cdot X_2 b; \qquad bX_2 = -\lambda_1 \cdot X_1.$$

Сопоставление коэффициентов в дифференциальных уравнениях позволяет определить коэффициент соизмеримости следующим образом:

$$b = \sqrt{\frac{Q_{\Delta X_1} X_{02}}{Q_{\Delta X_2} X_{01}}}. \qquad (4)$$

Таким образом, обобщенный коэффициент соизмеримости товаров по потребительским свойствам определяется как корень квадратный из отношения объемов спроса и отношения первоначальных численностей.

На основе уравнений (2) могут быть составлены модели динамики рыночного спроса многочисленных групп разнотипных товаров, осуществляющих друг на друга конкурирующее или стимулирующее воздействие.

Литература:

1. Джонстон Дж. Эконометрические методы. – М. Статистика, 1998. – 168 с.

2. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчётов в среде EXCEL. – М.: Финстатинформ, 2000. – 136 с.

3. Мардас А.Н. Эконометрика. – СПб: Питер, 2001 – 144 с.

М.В. Семинко

Научный руководитель: М.Г. Гулакова, ст. преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной республике»,

г. Донецк

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В УПРАВЛЕНИИ РЕШЕНИЯМИ

Сегодняшняя глобальная бизнес-среда характеризуется беспрецедентным конкурентным давлением и сложными клиентами, которые требуют быстрых решений. Принятие решений является одним из важнейших мероприятий, когда-либо проводившихся в организациях менеджерами. Он включает в себя несколько участников и требует противоречивого разрешения, а также множество источников информации. Результаты процесса принятия решений абсолютно влияют на эффективность бизнеса внутри компаний. Поэтому поддержка этих лиц, принимающих решения, настоятельно рекомендуется и желательна. Количественные решения всегда будут поддерживать менеджеров в процессе принятия решений.

В сегодняшнем деловом контексте поддержание отношений с поставщиками очень важно для сокращения запасов, путем введения новых концепций как раз вовремя инвентаризации и непрерывного пополнения материалов в виде сырья материала, компонентов или готовой продукции. Организации больше озабочены поставщиками относительно быстрого увеличения закупочных материалов и услуг, которые играют важную роль в бизнес-процессе.

В литературе можно легко наблюдать важность закупочных процессов. В некоторых исследованиях упоминается статистическая операция, показывающая процент от суммы денег, уплаченных за приобретенные материалы. Авторы заявляют, что в среднем около 60% от долларов продаж производителя оплачивается поставщику за приобретенные материалы

Например, производители автомобилей тратят около 60% своих доходов на материальные закупки, производители фермерских хозяйств тратят около 65%, переработчики составляют около 70%, а нефтеперерабатывающие заводы – около 80%. Было подсчитано, что затраты на рабочую силу составляют сегодня около 10-15% издержек производства во многих отраслях массового производства [1]. Из приведенных выше процентных значений важно четко наблюдать важность процессов закупок, которые показывают, что лица, принимающие решения, должны уделять больше внимания этому важному процессу закупок, а также выбору поставщиков.

Хотя выбор поставщиков – старая концепция, начиная с 60-х годов, в этой области еще много исследований. Поставщики являются обязательными для любого бизнеса, однако неправильный выбор может повлиять на все бизнес-процессы; поэтому процесс отбора поставщиков чрезвычайно важен.

Выбор поставщика или оценка – это процесс нахождения поставщика в состоянии предоставить клиенту продукты или услуги, которые имеют правильное качество, правильную цену, правильное количество и в нужное время. Хотя функция закупок включает в себя различное количество процессов, выбор поставщика считался самым важным и критическим, и он был одним из важных направлений исследований. Выбор поставщика – это многокритериальная проблема, которая включает как качественные, так и количественные факторы [2].

Таким образом, лица, принимающие решения, должны уделять внимание проблеме выбора поставщиков, чтобы принимать правильные решения. Существует множество шагов, которые часто принимаются руководителями решений, чтобы принимать правильные решения и, наконец, быть в состоянии выбрать наиболее подходящего поставщика. В литературе принято решение о том, что решение выбора поставщика настолько сложно и сложно справиться. Существуют различные причины, которые делают проблему выбора поставщика сложным процессом, и авторы использовали другую математическую модель в выборе поставщика, например, линейное программирование, целочисленное программирование, смешанное целочисленное программирование, нелинейное программирование, общий подход на основе затрат, цель программирование и анализ охвата данных и т. д.

Литература:

1. Актуальные вопросы экономики и современного менеджмента / Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. № 2. Самара, 2015. 298 с.

2. Белько И.В. Высшая математика для экономистов. I семестр / И.В. Белько, К.К. Кузьмич. – М.: Новое знание, 2002. – 144 с.

А.В Слюсаренко

Научный руководитель: Фомина Т.А., канд. физ.-мат. наук, доц.

ГУ ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского,

г. Донецк

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ К РЕШЕНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Математика и экономика тесно и неразрывно взаимосвязаны между собой. Между экономикой и математикой существует как прямая, так и обратная связь: создание нового математического аппарата и его применение позволяет экономике по-новому решать существующие задачи, применяя множество математических методов.

С другой стороны, экономика ставит перед математикой новые задачи и стимулирует поиск новых методов их решения. На сегодняшний день основным и наиболее актуальным методом является применение элементов алгебры - матриц в решении экономических задач [1]. Особенно широко и часто его используют при разработке и использовании баз данных, в которых весь материал содержится и обрабатывается исключительно в форме матриц. Это делает задачи более простыми, а материал указан в более компактной и удобной матричной форме [1].

Например, предприятие выпускает продукцию трех видов: P_1 (джинсы), P_2 (кардиганы), P_3 (платья). На изготовление продукции уходит два вида сырья: S_1 (хлопок), S_2 (шерсть). Найти общую стоимость сырья. Для определения расхода сырья используем матрицу:567

$$A = \begin{pmatrix} 27 & 19 \\ 47 & 26 \\ 22 & 10 \end{pmatrix}.$$

В данной матрице элемент a_{ij} - количество сырья *j*-го вида, необходимое для производства единицы продукции i-го вида. Также известен план выпуска всей продукции, т.е. матрица:

$$C = (150\ 80\ 205).$$

Кроме того в условии указана стоимость единицы каждого вида сырья в виде матрицы:

$$B = \begin{pmatrix} 45 \\ 84 \end{pmatrix}.$$

Найдем количество сырья каждого вида, которое необходимо для выпуска продукции в соответствии с матрицей C:

$$E = C * A = \begin{pmatrix} 150 & 80 & 205 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 27 & 19 \\ 47 & 26 \\ 22 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12320 & 6980 \end{pmatrix}.$$

Далее находим общую стоимость сырья:

$$K = T * B = \begin{pmatrix} 12320 & 6980 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 45 \\ 84 \end{pmatrix} = 1140720.$$

Таким образом, общая стоимость сырья составляет 1140720 условных единиц.

Кроме применения матриц, многие задачи экономики решают с помощью методов решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), одним из которых является метод Гаусса или метод последовательного исключения переменных.

Приведем пример: предприятие имеет 4 вида материала, из которого по плану необходимо выкроить 20 заготовок штор типа А (бязь), 11 заготовок типа В (шелк), 40 заготовок штор типа С (органза) и 37 заготовок штор типа D (атлас). Для этого можно использовать четыре различных способа раскроя.

Пусть при простом способе $2x$ заготовок штор по типу А, 5y - по типу В, 4z - по типу С и по типу D - t. Составляем уравнение: $2x+5y+4z+t=20$. При обычном способе: $x+3y+2z+t=11$. При специальном способе: $2x+10y+9z+7t=40$. При эксклюзивном способе: $3x+8y+9z+21=37$.

На основе данных составляем таблицу:

Способы раскроя	Тип заготовок			
	А (бязь)	В (шелк)	С (органза)	D (атлас)
Простой	2	5	4	1
Обычный	1	3	2	1
Специальный	2	10	9	7
Эксклюзивный	3	8	9	2

Пусть при простом способе $2x$ заготовок штор по типу А, 5у - по типу В, 4z - по типу С и по типу D - t. Составляем уравнение: $2x+5y+4z+t=20$. При обычном способе: $x+3y+2z+t=11$. При специальном способе: $2x+10y+9z+7t=40$. При эксклюзивном способе: $3x+8y+9z+21=37$.

Далее составляем и решаем систему четырех уравнений. В ходе дальнейшего решения получаем ответ: $x=1$, $y=2$, $z=2$, $t=0$.

Итак, применение различных элементов линейной алгебры упрощает решение экономических задач в несколько раз, делает их наиболее компактными и понятными [2]. А также в очередной раз доказывает нам тесную связь между математикой и экономикой.

Литература:

1. Актуальные вопросы экономики и современного менеджмента / Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. № 2. Самара, 2015. 298 с.

2. Чуркина Л.А. Элементы линейной алгебры в задачах экономического содержания // Научное сообщество студентов XXI столетия. Технические науки: сб. ст. по мат. XVIII междунар. студ. науч.-практ. конф. №3(18).

В.Д. Щербина, А.М. Ломоносова,
Научный руководитель: Гулакова М.Г., ст. преп.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

АСПЕКТЫ ПРИМИНЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В БИЗНЕСЕ

Актуальность темы. Математика используется в большинстве аспектов повседневной жизни. Многие вакансии требуют твердое понимание базовой математики, а в некоторых случаях требуется довольно достаточный уровень знаний математики.

Цель исследования - выявить основные направления применения математики в бизнесе.

Изложение основного материала. Математика позволяет развить почти все интеллектуальные качества, аналитические, мыслительные возможности, способность сосредотачиваться, тренирует память и увеличивает быстроту мышления. Математика помогает найти выход из трудных актуальных ситуаций, дает возможность принимать верное урегулирование вопросов и определяться в критериях сложного выбора. Она формирует умение логически мыслить и рассуждать, хорошо и верно формулировать мысли, делать верные логические заключения, находит закономерности.

Математика пригодится в работе и в собственном бизнесе. Бизнес — это система, в которой требуются интеллектуальные навыки, структурированное мышление, умение обобщать и выводить взаимосвязи, – именно эти навыки развивает математика.

Математика, обычно используется в коммерции, включает элементарную арифметику, такую как:

- обыкновенные дроби, десятичные дроби;
- проценты;
- элементарная алгебра;

- статистика и вероятность.

В некоторых случаях управление бизнесом может быть более эффективным с помощью более усовершенствованной математики, такой как исчисление и матрица [1].

Коммерческие организации используют математику в бухгалтерском учете, в инвентаризации, управлении, в маркетинге, в прогнозирование продаж и в финансовом анализе.

Математика предоставляет много важных инструментов для экономики и других сфера бизнеса.

Элементарную математику довольно-таки часто используют для решения практических задач в бизнесе.

Математика может обеспечить мощную поддержку делового решения. В последнее время эффективно используются количественные методы анализа расчётов в управлении бизнесом (рис. 1).

Исходя из рисунка 1 можно сделать выводы, что результатами количественного анализа, являются:

1) количественная оценка экономической эффективности;

2) количественная оценка показателей деятельности предприятий;

3) прогнозирование.

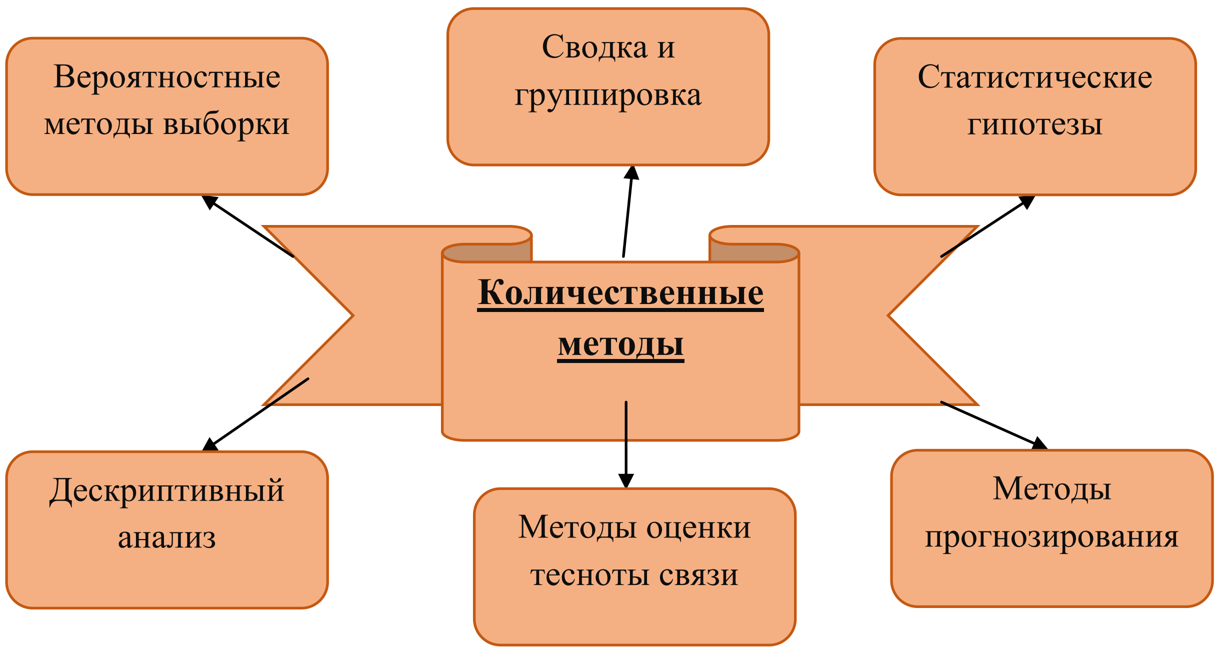


Рис. 1. Основные количественные методы анализа в бизнесе

Выводы. На сегодняшний день мы не знаем сфер жизнедеятельности человека, где не нужна математика. Без неё не обходится ни одно новое открытие, не работает ни одно изобретение, не работает ни одна организация и правительство, как следствие этого, спектр всего того, где необходима математика, довольно широкий.

В обществе утвердилось мнение, что «математика — ключевая наука современности».

Большая часть современных технологий основана на математике — когда мы говорим о цифровой экономике или новом технологическом укладе, надо понимать, что это потребует работы математиков и хорошей математической подготовки людей многих других профессий. И только если у нас будет передовая математическая наука, мы сможем это обеспечить. Опять же студент с хорошей базовой подготовкой по математике будет более успешен и в других областях — от инженерного дела до биологии.

Математика играет огромную роль в жизни каждого человека. Не напрасно ее издавна считают царицей наук, она была и остается одной из важных дисциплин. Во всем мире давно признан тот факт, что способность получать математические познания - это есть индикатор способности обучаться.

Литература:

3. Белько И.В. Высшая математика для экономистов. I семестр / И.В. Белько, К.К. Кузьмич. – М.: Новое знание, 2002. – 144 с.

Секция 2.

Моделирование социально-экономических систем

Е.Г. Баклицкая
Е.Н. Папазова, канд. экон. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СЕТИ МАГАЗИНОВ «УРОЖАЙ»

Корреляционный анализ — метод обработки статистических данных, с помощью которого измеряется часто встречается термин «*корреляционно-регрессионный анализ*», который теснота связи между двумя или более переменными.

Корреляционный анализ тесно связан с регрессионным анализом (также является более общим статистическим понятием), с его помощью определяют необходимость включения тех или иных факторов в уравнение множественной регрессии, а также оценивают полученное уравнение регрессии на соответствие выявленным связям.

Цель корреляционно-регрессионного анализа деятельности предприятия «Урожай»: выявление зависимости себестоимости продукции от заработной платы и от объема выпускаемой продукции.

Имеются следующие данные по заработной плате, объему выпускаемой продукции и себестоимости продукции:

N	X_1 (Заработная плата, тыс. руб.)	X_2 (Объем выпускаемой продукции, кг)	Y (себестоимость продукции, руб.)
1	5,1	45,3	15
2	5,3	49,2	15,1
3	6,2	52,2	15
4	6,7	53,2	15,4
5	6,8	55,4	15,5
6	7,4	59,2	16
7	7,7	60,5	16,1
8	8,2	60,8	16,2
9	8,8	63,1	16,7
10	9,8	63,3	17

С помощью пакета прикладных программ Excel проведем корреляционный анализ зависимости себестоимости продукции от заработной платы. Результат приведен на рис.1 и в таблице 1:

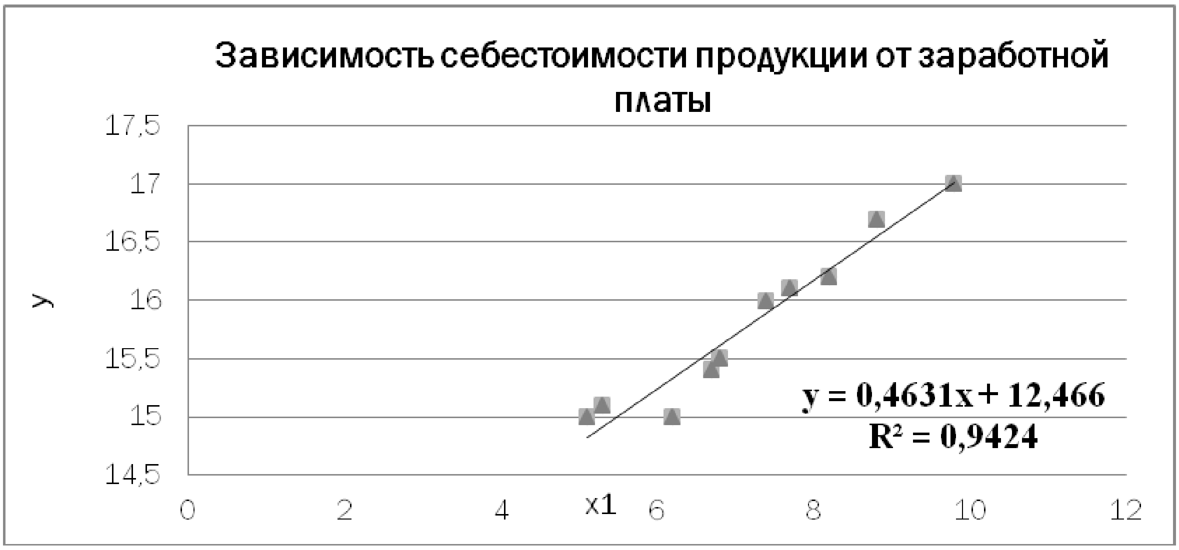


Рис.1. Линейная зависимость Y от X_1

Таблица 1

Регрессионная статистика и дисперсионный анализ

Регрессионная статистика					
Множественный R	0,9707				
R-квадрат	0,9423				
Нормированный R-квад	0,9352				
Стандартная ошибка	0,1812				
Наблюдения	10				
Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Регрессия	1	4,2973	4,2973	130,8790	3,0827E-06
Остаток	8	0,2627	0,0328		
Итого	9	4,56			
	Коэфф-ты	*Стандар. ошибка*	*T-стат*	*P-знач*	*Lower 95%*
Y-пересечение	12,4659	0,2970	41,9699	1,14E-10	11,7809
Переменная X1	0,4631	0,0405	11,4402	3,08E-06	0,3697

Исходя, из полученных данных уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$y = 0{,}4631x + 12{,}466$$

Проверим значимость уравнения линейной регрессии с помощью F-критерия Фишера, при α = 0,05 для статистических данных (табл.1, рис.1). Проведем сравнительный анализ Fфакт. и Fтабл.

$$F_{факт.} = 130{,}648 > F_{табл.} = 5{,}32$$

Исходя, из полученных результатов можно сделать вывод, что уравнение линейной регрессии статистически значимо и надежно и его можно использовать для прогноза.

Проведем корреляционный анализ зависимости себестоимости продукции от объема выпускаемой продукции. Проведенный анализ показал следующий результат (рис.2, табл.2):

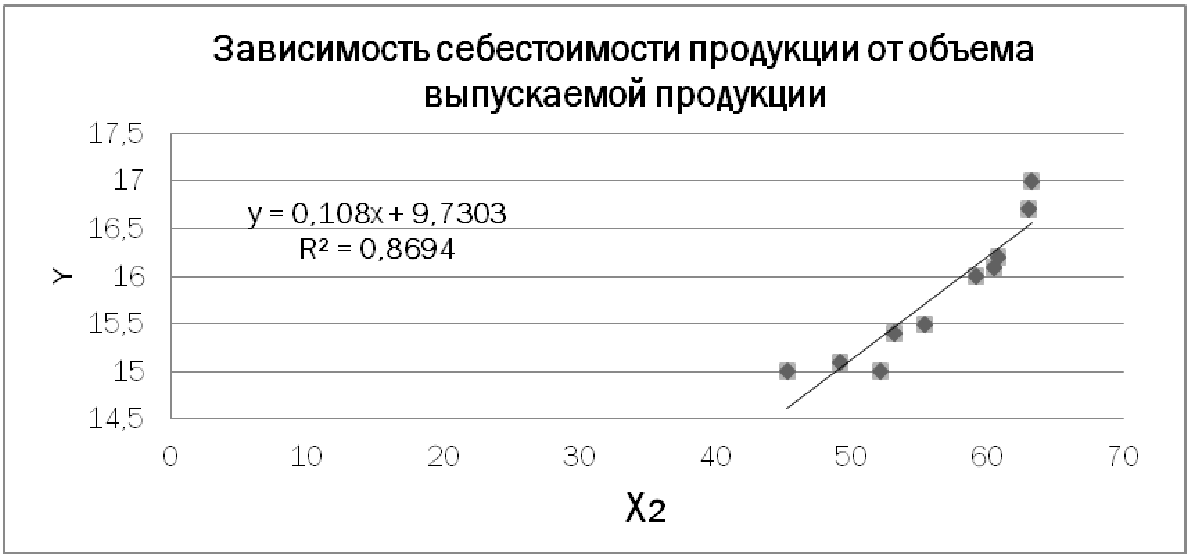


Рис.1. Линейная зависимость Y от X_2

Таблица 2

Регрессионная статистика и дисперсионный анализ

Регрессионная статистика		
Множественный R	0,9324	
R-квадрат	0,8694	
Нормированный R-кв	0,8531	
Стандартная ошибка	0,2729	
Наблюдения	10	

Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Регрессия	1	3,9644	3,9644	53,2499	8,4111E-05
Остаток	8	0,5956	0,0744		
Итого	9	4,56			
	Коэффици-енты	*Стандарт. ошибка*	*Т-стат*	*Р-значение*	*Lower 95%*
Y-пересечение	9,7303	0,8362	11,6358	2,71E-06	7,801937
Переменная X1	0,1079	0,0148	7,2973	8,41E-05	0,07384574

Исходя, из полученных данных уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$y = 0,108x + 9,7303$$

Проверим значимость уравнения линейной регрессии с помощью F-критерия Фишера, при α = 0,05 для статистических данных (табл.3, рис.4). Проведем сравнительный анализ Fфакт. и Fтабл..

$$F_{факт.} = 53,256 > F_{табл.} = 5,32$$

Исходя, из полученных результатов можно сделать вывод, что уравнение линейной регрессии статистически значимо и надежно и его можно использовать для прогноза.

Зависимость себестоимости продукции от заработной платы и объема выпускаемой продукции также можно представить в виде уравнения множественной линейной регрессии:

$$У = 12,277 + 0,436x_1 + 0,007x_2.$$

Таким образом, проведя корреляционный анализ, деятельности сети магазинов «Урожай», было выявлено, что связь между себестоимостью продукции и заработной платой, а также себестоимостью продукции и объемом выпускаемой продукции сильная. Это говорит о том, что себестоимость продукции зависит от объема выпускаемой продукции и от заработной платы.

Литература:

1. Ковалев В.В, Волкова О.Н., Анализ хозяйственной деятельности предприятия// polbu.ru, 2005.-254 с.

2. Адлер Ю.П., Грановский Ю.В., Маркова Е.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.-278 с.

К.С. Гранюкова
Е.Н. Папазова, канд. экон. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ CALL-ЦЕНТРА СЕТИ МАГАЗИНОВ «АВЕРС»

Корреляционный анализ – метод, который позволяет выявить взаимосвязь между несколькими случайными величинами.

Целью проведения корреляционного анализа деятельности call-центра сети магазинов «Аверс» является выявление оценки силы связи между стажем работы операторов и производительностью их труда.

Сеть магазинов «Аверс» имеет свой call-центр, который обслуживает клиентов магазина. Имеется штат работников, с разным стажем работы, которые общаются с клиентами, принимают жалобы и предложения, отвечают на вопросы, которые интересуют клиентов.

Использованные данные по стажу и производительности труда приведены в таблице 1:

Таблица 1

Стаж и производительность труда работников call-центра сети магазинов «Аверс»

№	Xi (стаж, год)	Yi (производительность, звонки, шт./день)
1	1	21
2	1	17
3	1	28
4	2	23
5	2	35
6	2	17
7	3	32
8	3	19

9	3	25
10	4	29
11	4	34
12	5	28
13	5	19
14	6	29
15	6	37

Проведем корреляционный анализ с помощью пакета прикладных программ Excel. Проведенный анализ показал такой результат (рис.1, рис.2):

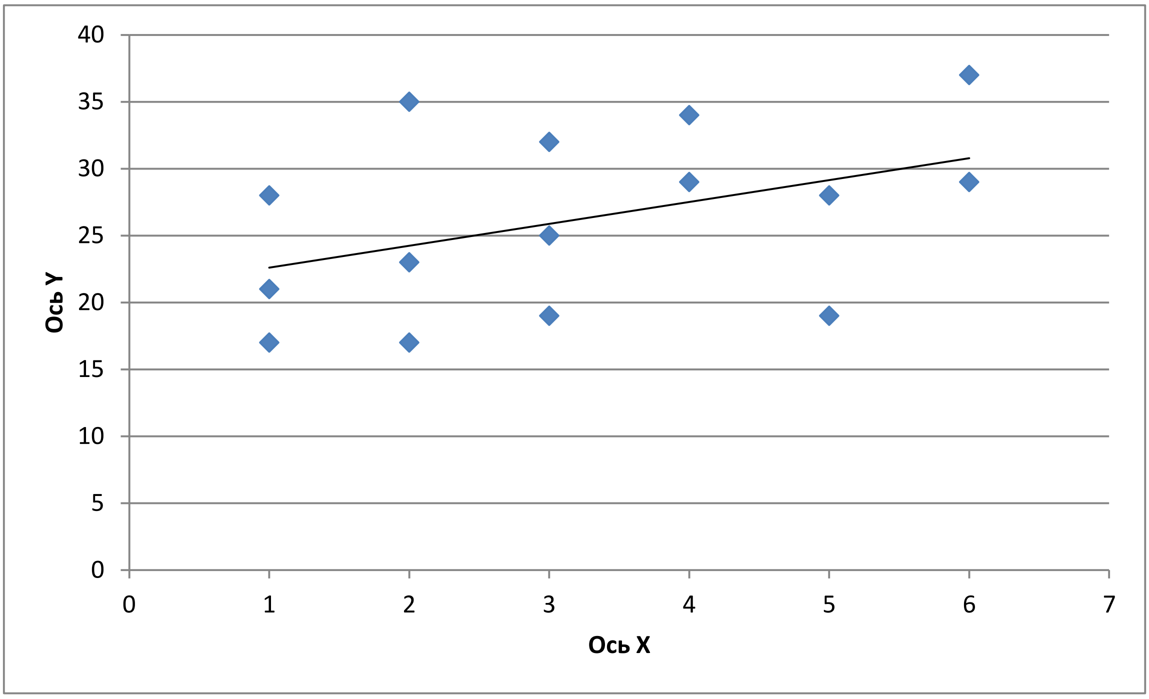


Рисунок 1. Корреляционная зависимость Y от X

Регрессионная статистика					
Множественный R	0,427210335				
R-квадрат	0,18250867				
Нормированный R-квад|	0,119624722				
Стандартная ошибка	6,256114571				
Наблюдения	15				
Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	1	113,5933962	113,5933962	2,902309325	0,112223242
Остаток	13	508,8066038	39,13896952		
Итого	14	622,4			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*
Y-пересечение	20,96226415	3,472995106	6,035788565	4,19463E-05
Переменная X 1	1,636792453	0,960775158	1,703616543	0,112223242

Рисунок 2. Регрессионная статистика и дисперсионный анализ

Исходя, из полученных данных получено следующее уравнение линейной регрессии:

$$y = 1,6368x + 20,962$$

Проверим значимость уравнения линейной регрессии с помощью F-критерия Фишера, при $\alpha = 0,05$ для статистических данных (рис.2).

Проведем сравнительный анализ $F_{факт.}$ и $F_{табл.}$

$$F_{факт} .= 2,902 < F_{табл}.= 4,67$$

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что уравнение линейной регрессии статистически не значимо и не надежно.

Таким образом, проведя корреляционный анализ, деятельности call-центра сети магазинов «Аверс», было выявлено, что связь между стажем работы операторов и производительностью их труда очень слабая. Это говорит о том, что производительность труда сотрудников данного call-центра не зависит от количества отработанных лет.

Литература:

1. Бывшев В.А. Эконометрика: Учеб. пособие / В.А. Бывшев. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 480 с.

2. Порядина О.В. Эконометрическое моделирование линейных уравнений регрессии: Учебное пособие. – Йошкар–Ола: МарГТУ, 2005. – 92 с.

О.С. Губа

Научный руководитель: И.А. Куприянова, канд. экон. наук, доц.

Севастопольский филиал ФГБОУ ВО

«Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»

Г. Севастополь, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРРОРИЗМОМ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ И ЦИФРОВИЗАЦИИ

В условиях цифровизации экономики, возрастает угроза терроризма. Угроза информационной войны не оставляет права побежденному на реабилитационный период в связи со скоростью обмена информационных потоков. Рациональное поведение для восстановления собственных позиций маловероятно в связи с прогнозами рационального логического поведения. Альтернативным путем для восстановления позиций является иррациональное поведение. Иррациональное поведение – это хаос, это бесцельная смута, это терроризм. В настоящее время терроризм приобретает все больше политический окрас и приобретает широкомасштабные действия. В «Белой книге российских спецслужб» отмечается, что в современных условиях терроризм стал одним из методов политической борьбы [1]. Суть этого явления заключается в применении крайних мер насилия или угрозы такового с целью устрашения политических противников, принуждения органов власти или населения к определенным действиям или отказу от них. При этом наибольший эффект террористические акции могут дать их организаторам через террористическое воздействие на объекты кибернетического пространства: «Самой заманчивой целью для терроризма нового поколения следует признать деловые центры обработки информации, прежде всего компьютеризованные банковские учреждения, биржи. Террористический удар СВЧ-излучения по крупному банку способен вызвать системный кризис всей финансовой системы развитых стран, поскольку он лишает общество доверия к современным технологиям денежного рынка» [1].

Помимо банков, ярким примером является терроризм, как проявление воровства в мировых масштабах, например, в Японии в январе 2018 года было украдено криптовалюты на 1,36 млрд долл., как следствие дестабилизация на рынке криптовалюты. 26 января 2018 года одна из крупнейших криптовалютных бирж CoinCheck с пропиской в Стране Восходящего Солнца внезапно приостановила вывод средств из-за череды подозрительных событий. Сначала были заморожены все заявки на вывод монет NEM (сокращение на бирже – XEM), затем это затронуло остальные криптовалюты, а в конце был остановлен и вывод фиатных денег. Еще через небольшой промежуток времени были остановлены торги всеми валютами кроме Биткоина. Операции с картами и депозитами также стали недоступны. Как оказалось, причиной «заморозки» стала крупнейшая кража криптовалюты в Японии, из-за которой 260 тысяч людей в общей сумме потеряли около 400 миллионов долларов (по курсу на момент взлома). Эта кража стала самой крупной в новом тысячелетии, и она еще раз показала, что, несмотря на всю защищенность, криптовалюту можно украсть, если взламывать не блокчейн, а сторонние сервисы, где собственники монет хранят данные для доступа к своей учетной записи.

В условиях цифровизации экономики угрозы экономического терроризма возрастают. Алгоритм действий террористического акта: выдвижение прямых или косвенных условий, а в случае отказа их удовлетворить − нанесение серьезного материального ущерба. Глобальное же общество уже само по себе предполагает наличие сильно связанной системы [2].

В российском законодательстве терроризм определяется так: «Терроризм — насилие или угроза его применения в отношении физических лиц или организаций, а также уничтожение (повреждение) или угроза уничтожения (повреждения) имущества и других материальных объектов, создающие опасность гибели людей, причинения значительного имущественного ущерба либо наступление иных общественно опасных последствий, осуществляемые в целях нарушения общественной безопасности, устрашения населения, или оказания воздействия на принятие органами власти решений, выгодных террористам, или удовлетворение их неправомерных имущественных и (или) иных интересов; посягательство на жизнь государственного или общественного деятеля, совершенное в целях прекращения его государственной или иной политической деятельности либо из мести за такую деятельность; нападение на представителя иностранного государства или сотрудника международной организации, пользующихся международной защитой, а равно на служебные помещения либо транспортные средства лиц, пользующихся международной защитой, если это деяние совершено в целях провокации войны или осложнения международных отношений» [3]. Под это определение попадает очень широкий спектр событий. В данной работе рассмотрена исключительно информационная составляющая террористического акта, нацеленная на управление будущим.

В формальной модели терроризма (информационной операции) предполагается, что субъект Y будет совершать какое-либо событие в ответ на полученное сообщение только тогда, когда у него возникает положительное (удовольствие) или отрицательное (опасность) отношение к осознаваемому им сообщению. Понятно, что если в сообщении a_1 содержится угроза благополучию Y, то любые действия Y будут направлены на нейтрализацию этой угрозы. Действия субъекта, провоцируются событием, которое несет в себе угрозу. Именно поэтому терроризм может рассматриваться как часть информационной операции, причем наиболее «грубая» ее часть. Почему как наиболее «грубая» часть? Любой теракт содержит в себе элемент универсального информационного воздействия, которое по существу своему не зависит от субъекта Y. Для любого Y, осознание им сообщения об опасности a_1, породит практически однозначный результат a_2 (или же, опять однозначно, не породит, если подобное запрещено действующим законодательством). При этом не требуется изучать противника, ибо на явную угрозу одинаково реагируют все информационные системы, способные к обучению [4].

Кроме классической формы теракта, направленного на управление противником с целью получения желаемого результата, по схеме:

1) подготовка возможностей для реализации угрозы;

2) оповещение об угрозе;

3) реализация угрозы, в случае невыполнения требований, а затем переход к п. 1), информационная эпоха, а в частности, тенденции глобализации и цифровизации, породили новые формы терроризма. Суть одной из них в следующем:

1) о теракте не предупреждается никто;

2) проводится оценка, как теракт отразится на политической, экономической, производственной, биржевой и др. деятельности в стране, в мире;

3) в условиях монопольного знания будущего осуществляется операция, либо по подготовке и проведению военной операции, либо по скупке акций, либо недвижимости и т.п.;

4) совершается террористический акт;

5) извлекается политическая и/или коммерческая выгода, значительно превосходящая стоимость по подготовке и совершению теракта.

В последнем варианте, на первый взгляд, имеем обычную операцию, отработанную в ходе подготовки военных переворотов и провоцирования войн еще сотни лет назад. Однако, в условиях глобализации, т.е. в условиях наличия единой для всех системы ценностей, единой для всех координатной оси в виде доллара, в этом типе теракта появляется своя специфика, касающаяся управления именно мировыми процессами. Важно, что в основе успеха этой операции лежит знание будущего по классической схеме: «деньги — событие — деньги».

Именно в глобальном, однонаправленном, обществе возникает реальная возможность прогнозировать будущее, а значит, рассчитывать свои действия и предполагаемую выгоду с большей точностью, чем это было раньше. Многие пытаются определять заветное будущее, применяя пассивные методы прогнозирования: анализ, аналогия и т.п., в то время как международный террористический акт — это активное управление будущим, которое становится реальностью в случае успеха террористической операции. Успех же в данном случае зависит не от сотни предприятий и правительств, а, всего-навсего, от профессионализма двух десятков рядовых исполнителей. Все террористические акции международного характера в настоящее время несут угрозу экономики, а в условиях цифровизации приобретают мировую угрозу:

1. Кража криптовалюты в Японии в январе 2018 года, привела к закрытию двух бирж и падению криптовалюты на мировом уровне в десятки раз, что в свою очередь подрывает авторитет криптовалюты (в данном случае имеет место классическая форма терроризма: угроза — оповещение — реализация);

2. Террористический удар по Нью-Йорку обесценил на какое-то время всю туристическую деятельность, парализовал транспорт и «опустил» доллар. За неделю до теракта в США на американских биржах была проведена спекуляция в особо крупных размерах. Спекулянты играли на понижение с акциями туристических фирм, страховых и авиационных компаний. Прибыль составила несколько сот миллионов долларов. Финансисты считают, что так рискованно играть могли только люди, которые знали о готовящихся терактах.

Так Назаров М.В. пишет: «Провокация все чаще используется как средство управления и в биржевых операциях, и в международной политике — достаточно вспомнить, сколько раз в югославских событиях противники сербов убивали своих же сограждан (выстрелами снайперов, взрывами на рынках) и приписывали это сербам для расправы над ними [5]. Аналогичный алгоритм действий мы видим в Украине и Донбассе (ДНР).

Попытаемся формализовать поведение террористов. Обозначим:

y – информационный субъект;

x – террористическая организация (информационный субъект);

a_1 – террористический акт (событие);

$\{b_1, b_2, \dots bn\}$ – множество возможных ответных действий (событий).

$$W[x,y,xy] \Rightarrow W[x,y,xy,a1] \Rightarrow yW[x,y,xy,a_1] \Rightarrow W[yx,y,yxy,ya_1].$$

Что будет далее – определяется следующими операторами:

$$1)\ ya_1,\quad 2)\ yxy,\quad 3)\ yx.$$

1) Осознание события $\boldsymbol{ya_1}$ требует ответных действий. Зная поведение государства США на протяжении последних лет, просчитать ответный ход несложно для любого, владеющего не только методами рефлексивного управления, а элементарной логикой. Конечно, будет ответный удар и, конечно, по какому-либо государству, т.е.

$$ya_1 \Rightarrow \max+ \{b_1, b_2, \dots bn\} = \min\text{-}\{b_1, b_2, \dots bn\}.$$

Запись *max+* обозначает, что речь идет о выборе события, наиболее полезного для осознающего субъекта у.

Запись *min*- обозначает, что речь идет о выборе события, наименее вредного для осознающего субъекта у.

2) yxy – повлечет за собой события по организации собственной защиты от терpактов.

3) yx – повлечет за собой события по поиску террористов.

Будут ли события, порожденные разными операторами, коррелировать между собой, т.е. действительно ли будут наказаны виновные и действительно ли дальнейшая организация защиты будет направлена против реальных, а не мифических опасностей, как это было ранее, во многом зависит от целостности информационной системы y, от того, насколько гармонично взаимодействуют друг с другом компоненты этой системы. Именно целостность системы должна будет определить максимально полезное для всей системы ответное событие.

Литература:

1. Белая книга Российских спецслужб / Редкол.: Алаев Е.И., Анищев В.П., Большов А.П., Бугай Н.Ф., и др. - 2-е изд., перераб. - М.: Обозреватель, 1996. - 268 с.

2. Японская биржа Coincheck потеряла около $400 млн в криптовалюте Подробнее на ТАСС: (http://tass.ru/ekonomika/4907175), 26 января 2018 г.

3. Федеральный Закон от 06.03.2006г. № 35-ФЗ «О противодействии терроризму».

4. Расторгуев С.П. Математические модели в информационном противоборстве (экзистенциальная математика). — М.: АНО ЦСОиП, 2014.— 276 с.

5. Назаров М.В. Провокации в оперативно-розыскной деятельности. — М: Юрлитинформ 2010. - 152 с.

Е.И. Дидманидзе
Научный руководитель: И. Ш. Дидманидзе, канд. физ.-мат. наук, проф.
Батумский государственный университет
имени Шота Руставели,
г. Батуми, Грузия

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЮРИСПРУДЕНЦИИ

Область юриспруденции представляет широкое поле для применения формализованных, абстрактно-научных приемов мышления, приемов математического аппарата, позволяющих найти однозначные, точные решения. В настоящее время можно выделить несколько основных направлений применения математических методов с целью моделирования социально-правовых явлений и процессов в праве.

Одним из направлений использования математических методов в юридической деятельности и государственном управлении является правотворчество. Все правовые нормы имеют форму логических суждении, поэтому для их изучения может и должна использоваться математическая логика.

Логическое моделирование дает возможность ясно, четко и наглядно представить логическую структуру правовой нормы. Это особенно важно, если учесть, что словесная форма правовых норм нередко может скрывать или затемнять присущие им логические связи, поэтому анализ норм права имеет важное практическое значение [1].

Идея применения математических методов для решения задач криминалистики и судебной экспертизы была высказана на рубеже XIX-XX вв. рядом выдающихся криминалистов (А. Бертильон, Н.Ф. Буринский, Бальтазар). Достаточно активно математические методы стали внедряться для решения задач судебной экспертизы в середине 50-х годов. Впервые в истории криминалистики были выполнены обширные работы по подсчету частоты встречаемости различных криминалистических признаков. Несколько позже аппарат теории вероятностей и математической статистики был применен при разработке новых методов судебно-портретной экспертизы (З.И. Кирсанов), аналитического исследования свинца и бумаги (ГУМ. Колосова), дактилоскопической экспертизы (А.Я. Палиашвили). Среди всех видов судебных экспертиз наибольшее практическое применение имеют математические методы при проведении почерковедческой и дактилоскопической экспертизы [2].

Методы математической статистики широко применяются для анализа социологической статистической информации. К таким явлениям в правовой сфере относятся: преступность, административные правонарушения, массив уголовных и гражданских дел и т.д. Другим характерным примером является массив правонарушений. Статистическими особенностями обладает и сам механизм действия правовой нормы: она рассчитана на многократное применение и действие по отношению к различным индивидам в различных социальных ситуациях.

Еще одним математическим разделом, который может эффективно применяться в юриспруденции, является теория распознавания образов. Эта область математики ориентирована на разработку методов выделения важных свойств некоторой совокупности объектов и установления по этим свойствам принадлежности объекта к одному из известных типов.

Преступность представляет собой сложную динамическую систему. Поскольку она как система характеризуется множеством факторов, в частности уровнем, динамикой, структурой, а также связями с другими процессами, явлениями, факторами, то для достижения высокой степени познания такой системы необходимы глубокие и многогранные исследования, путь к которым открывает математическое моделирование, в том числе с помощью компьютерной техники.

Перспективное направление в сфере моделирования социально-правовых процессов имеет имитационное моделирование, которое часто называют «машинным экспериментом». Идея этого математико-кибернетического метода моделирования состоит в имитации исследуемого явления или процесса на основе имеющейся ретроспективной информации о нем |3|.

Анализ математической стороны и основных принципов теории игр был разработан Джоном фон Нейманом в 1928 г. Элементы теории игр нашли применение в работе видного специалиста в области судебной психологии профессора С.Р. Ратинова. В работе «Теория рефлексивных игр в приложении к следственной практике» (1970) он убедительно показал эффективность данного метода при решении некоторых задач расследования. Ведь расследование, как и весь уголовный процесс, является системой сложных отношений, в котором сталкиваются участники с противоположными интересами: следователь и подследственный, разыскивающий и разыскиваемый и т.д. [2].

Таким образом, можно сделать вывод, что математические методы широко применяются в юриспруденции. И сами математические методы должны приводить к раскрытию значимых признаков юридического явления, дополнять его комплексное познание, не противоречить другим выводам, полученным на основании использования других методов, и, в свою очередь, должны быть ориентированы на поиск новых путей в повышении эффективности правового регулирования

Литература:

1. Арбузов II.В., Гуде С.В. Основы высшей математики для юристов. / Ростовский юридический институт МВД России. - Ростов, 2007 г. - 442 с.

2. Нерсесянц В. С. История политических и правовых учений. Москва. 2004. - 944 с.

3. Зражевская, Т.Д., Маланыч И.Н. Математические методы в юридической науке. - Саратов, 2007. - 559 с.

О. А. Касьяненко, С. В. Чернобаева, аспирант
Научный руководитель: И. Ю. Беганская, д-р экон. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

ОЦЕНКА ЭКСПОРТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

Постановка проблемы в общем виде. Стратегическая важность экспортного потенциала ограничивается не только получением иностранного капитала, который при целесообразном и эффективном распределении оказывает стимулирующее влияние на экономику государства, однако и активизирует существующие потенциальные и конкурентные преимущества экономики страны в международном разделении труда, способствует выходу государства на путь устойчивого экономического развития. В этой связи ключевым вопросом остается оценка экспортного потенциала Донецкой Народной Республики, а также его сравнение с другими регионами для выявления уровня реализации экспортного потенциала.

Цель исследования состоит в анализе и оценки экспортного потенциала Донецкой Народной Республики, а также сравнение полученных результатов с Ростовской и Липецкой областями Российской Федерации.

Изложение материалов основного исследования. Экспортный потенциал страны тесно взаимосвязан с понятием конкурентоспособности, которая в свою очередь также является залогом успеха для развития экономики. По определению Комиссии по вопросам конкурентоспособности, конкурентоспособность - это «способность государства в рамках свободных и справедливых рыночных условий производить товары и услуги, которые будут соответствовать требованиям международного рынка» [1, с. 5].

В ДНР на сегодняшний день экспорт является одним из приоритетных направлений экономического развития государства. Однако, за последние три года, в связи с неизменно нестабильной политической ситуацией в Республике, а также экономической блокадой, предприятия потеряли не только рынки сбыта многих стран и регионов мира, но и ряд связей, позволяющих выдерживать ценовую конкуренцию на международном рынке. Ситуация усугубилась постоянно меняющейся нормативно-правовой базой в сфере ВЭД и таможенного дела, отсутствием «Таможенного Кодекса» и - механизмов стимулирования экспортного потенциала. Но, стоит также отметить, что в последнее время экспортная деятельность Республики начинает развиваться, чем и обусловлена необходимость ее оценки.

Оценка экспортного потенциала отрасли государства может основываться на применении разнообразных методов. Ряд российских исследователей, таких как И.Н. Васютченко [2], А.В. Анненкова, Е.К. Самсонова, О.А. Федорова [3], разработали систему, позволяющую оценить, а так же проанализировать показатели и различные индикаторы, характеризующие экспортный потенциал региона (табл.1)

Таблица 1

Система оценки текущего состояния экспортной деятельности [3, с. 44]

Индикатор	Характеристика показателя	Формула расчета
Экспортная квота	Характеризует открытость экономики, степень вовлеченности страны в мирохозяйственные связи, а также значимость экспорта для национального хозяйства	$K1 = \frac{Эотр}{ВПотр} * 100\%$ где Эотр. - объем экспорта страны; ВПотр. - объем внутреннего производства исследуемой продукции страны
Коэффициент покрытия импорта экспортом	Характеризует степень внешнеторговой самообеспеченности отрасли страны	$K2 = \frac{Э}{И}$ где Э - объем экспорта исследуемой продукции страны; И - объем импорта исследуемой продукции страны
Коэффициент отраслевого экспорта страны	Характеризует объем экспорта страны	$K3 = \frac{Эотр.стр.}{Эстр.} * 100\%$ где Эотр.стр. - экспорт отрасли (исследуемой продукции) страны; Эстр. - экспорт страны

Доля рынка, занимаемая страной на мировом рынке экспорта	Предполагает исследование по каждому виду продукции; а также применительно к основным конкурентам	
Реальный объем экспорта страны	Предполагает исследование реального объема экспорта страны за заданный период, а также тенденций его изменения	
Коэффициент международной конкурентоспособности экспорта страны	Коэффициент характеризует долю «чистого экспорта» во внешнеторговом обороте страны	$K4 = \frac{(Э - И)}{Bo}$ где Э - объем экспорта; И -объем импорта; Во - внешнеторговый оборот (сумма экспорта и импорта)

С целью осуществления эффективного анализа текущего состояния экспортной деятельности Донецкой Народной Республики (ДНР), целесообразно в качестве примера рассчитать некоторые из вышеизложенных показателей. Также, необходимо осуществить сравнительный анализ, коэффициента международной конкурентоспособности и коэффициента покрытия импорта экспортом ДНР с Ростовской и Липецкой областями за 2016 г. (табл.2).

Таблица 2

Сравнительный анализ коэффициентов экспортной деятельности, 2016 год

Коэффициент международной конкурентоспособности	
1	2
Ростовская область	$K4 = \frac{(6507913 - 5245587)}{8753500} = 0{,}14$
Липецкая область	$K4 = \frac{(4075000 - 1526000)}{5903000} = 0{,}43$
ДНР	$K4 = \frac{(46364 - 209190)}{250292{,}6} = 0{,}65$
Коэффициент покрытия импорта экспортом	
Ростовская область	$K2 = \frac{6507913}{5245587} = 1{,}24$
Липецкая область	$K2 = \frac{4075000}{1526000} = 2{,}67$
ДНР	$K2 = \frac{46364}{250292{,}6} = 0{,}22$

На основании сравнительного анализа выбранных коэффициентов, необходимо отметить существенное отличие полученных результатов ДНР с результатами Ростовской и Липецкой областей. Коэффициент международной конкурентоспособности и коэффициент покрытия импорта экспортом ДНР во множество раз уступает показателям рассматриваемых областей. Прежде всего, это обусловлено военно-политической ситуацией в регионе, отсутствием правового-признания, отсутствием инвестирования, нехваткой денежных средств для развития отраслей и др. факторами.

Вывод. Показатели экспортного потенциала дают возможность определить перспективу роста внешней торговли, эффективность участия предприятия в международном разделении труда. Применив показатели экспортного потенциала относительно Донецкой Народной Республики, необходимо отметить то, что на данном этапе развития ни один из анализируемых коэффициентов в ДНР не является положительным. Тем самым это сказывается на многих экономических аспектах связанных с решением социальных проблем в регионе.

Литература:

1. The Report of the President’s Commission on Competitiveness. – 115p. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://www.finance.senate.gov/imo/media/doc/HRG99-75.pdf

2. Васютченко, И. Н. Система показателей оценки экспортного потенциала региона // Региональная экономика: теория и практика. -2010. - № 21 (156). - С. 40-46. [Электронный ресурс].- Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/sistema-pokazateley-otsenki-eksportnogo-potentsiala-regiona-1

3. Анненкова, А. А.; Самсонова, Е. К.; Федорова, О. А. Оценка внешнеэкономического потенциала регионального хозяйства: теоретик методологические подходы // Региональная экономика: теория и практика. - 2008. - № 17 (74). [Электронный ресурс].- Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-vneshneekonomicheskogo-potentsiala-regionalnogo-hozyaystva-teoretiko-metodicheskie-podhody

Туркина Т.Г.

Научный руководитель: Куприянова И. А., канд. экон. наук, доц.

Севастопольский филиал ФГБОУ ВО

«Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»,

Г. Севастополь, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИИЕ ИНФОГРАФИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАМОТНОСТИ ЛИЦ С ОВЗ СЛУХА И ГЛУХИХ

Способности людей с ограниченными возможностями слуха необходимо использовать для их реализации в современных условиях. Социальный и экономический эффект обучения лиц данной категории заключается в реализации основной цели – их трудоустройства, повышения уровня жизни и социализации в обществе [1].

В Севастопольском филиале РЭУ им. Г.В. Плеханова в 2015 году стартовал проект по инклюзии. На базе университета проводятся курсы «Основы компьютерной грамотности» для людей с ОВЗ (в рамках проекта «Академия третьего возраста»). За период работы курсов было обучено более 300 слушателей по следующим группам лиц с ОВЗ:

- Лица слабослышащие или глухие (глухие с рождения и потерявшие слух в детстве);
- Лица с диагнозом ДЦП и II и III группы;
- Лица с нарушением опорно-двигательной системы;
- Лица, которые перенесли инсульт.

Слушатели перечисленных выше групп обучаются по специальной программе, которая включает следующие темы: устройство компьютера, файлы и папки, работа с текстовыми редакторами, интернет, электронная почта, портал государственных услуг (получение извещения о состоянии инд. лиц. счета), портал «Доктор 92» (электронная запись к врачу), интернет-банк (пополнение счета моб. тел, оплата ЖКХ, оплата интернет-услуг), Skype, социальные сети.

Активное участие в обучение лиц с ОВЗ принимают волонтеры. Группы студентов в процессе обучения лиц с ОВЗ компьютерной грамотности, приобретают практические навыки и неоценимый опыт.

При изучении курса «Основы компьютерной грамотности» оказалось проблемой для сурдопереводчика, не работающего за компьютером, перевести на русский язык жестов термины, которые используются при обучении. В процессе работы с группами слабослышащих и глухих были разработаны специально для данной целевой аудитории методические указания, с использованием инфографики (*Инфогра́фика* - от лат. *informatio* – осведомление, разъяснение, изложение; и др.-греч. γραφικός – письменный, от γράφω – пишу) – это графический способ подачи информации, данных и знаний, целью которого является быстро и чётко преподнести сложную информацию).

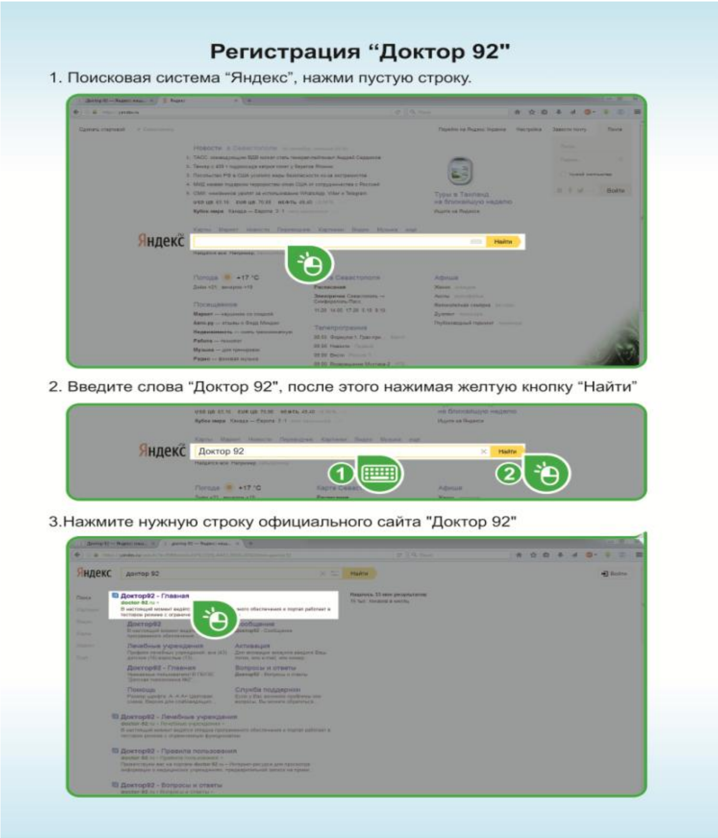


Рис. 1. Фрагмент методических указаний по регистрации на портале «Доктор 92» (электронная запись к врачу) с использованием инфографики.

На рис 1. представлен фрагмент методических указаний по регистрации на портале «Доктор 92» (электронная запись к врачу). Портал контактного центра здравоохранения г. Севастополя – это интернет-система для жителей города позволяет записаться на приём к врачу в свою поликлинику Определенные команды были записаны в виде символов и обозначений. Авторская разработка была одобрена также службой технической поддержки портала «Доктор 92».

В представленном примере последовательность действий пронумерована и определен символ, который определяет действие, например клик левой кнопкой мышки или набор текста.

Можно сделать вывод, что приведенная форма изложения материала, дала возможность провести быструю регистрацию на портале «Доктор 92» для 40 слушателей курсов с ограниченными возможностями слуха. Была отмечена 100%-я успеваемость при выполнении задания, что в свою очередь подтвердило успешность данного подхода, по изложению материала в инфографическом виде для обучения указанной целевой аудитории лиц с ОВЗ по слуху.

Литература

1. Демьянова А.В. Меры государственной поддержки занятости инвалидов в России // Вопросы государственного и муниципального управления, 2015, №4, с. 160-185.

Туртаев А.Е.

Научный руководитель: Фомина Т.А., канд. физ.-мат. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,

г. Донецк

ГРАФЫ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Теория графов – раздел дискретной математики, изучающий свойства графов. В общем виде граф представляется как множество вершин (узлов), соединённых рёбрами. Теория графов содержит большое количество нерешённых проблем и пока не доказанных гипотез [1].

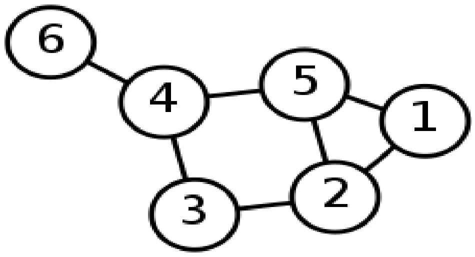


Рис 1. Граф с шестью вершинами и семью рёбрами

Родоначальником теории графов считается Леонард Эйлер. В 1736 году в одном из своих писем он формулировал и предложил решение задачи о семи кёнигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов. Термин «граф» впервые ввел Сильвестр, Джеймс Джозеф в 1878 году в своей статье в Nature.

Терминология теории графов поныне не определена строго. В частности, в монографии Гудмана, Хидетниеми, 1981 сказано: «В программистском мире нет единого мнения о том, какой из двух терминов „граф“ или „сеть“ использовать. Мы выбрали термин „сеть“, так как он, по-видимому, чаще встречается в прикладных областях». Аналогичная ситуация с терминами «вершина/точка» [2].

Виды графов могут определяться общими принципами их построения (таковы, например, двудольный граф и эйлеров граф), а могут зависеть от тех или иных свойств вершин или рёбер (например, ориентированный и неориентированный граф, обыкновенный граф). В решении задач используют следующие виды графов: неориентированный, ориентированный, графы с петлями, смешанные графы, пустые графы, мультиграфы, обыкновенные, полные, двудольные, Эйлеров граф, регулярный граф, Гамильтонов граф, взвешенный граф и графы-деревья [3].

Теория графов нашла применение во многих науках.

1. В химии (для описания структур, путей сложных реакций, правило фаз также может быть интерпретировано как задача теории графов);

компьютерная химия – сравнительно молодая область химии, основанная на применении теории графов. Теория графов представляет собой математическую основу хемоинформатики. Теория графов позволяет точно определить число теоретически возможных изомеров углеводородов и других органических соединений.

2. В информатике и программировании (граф-схема алгоритма).

3. В коммуникационных и транспортных системах. В частности, для маршрутизации данных в Интернете.

4. В экономике и логистике. Помогает решить проблему наиболее эффективного планирования процесса производства, а так же снижения транспортных издержек. Позволяет найти минимальную сумма затрат из всех возможных исходов. Например, при прокладке коммуникационной сети.

5. В схемотехнике (топология межсоединений элементов на печатной плате или микросхеме представляет собой граф или гиперграф)

Теория графов находит применение также в геоинформационных системах (ГИС). Существующие или вновь проектируемые дома, сооружения, кварталы и т. п. рассматриваются как вершины, а соединяющие их дороги, инженерные сети, линии электропередачи и т. п. – как рёбра. Применение различных вычислений, производимых на таком графе, позволяет, например, найти кратчайший объездной путь или ближайший продуктовый магазин, спланировать оптимальный маршрут [4].

Графы представляют изучаемые факты в наглядной форме. Решение многих математических задач упрощается, если удаётся использовать графы. Графовые задачи позволяют развивать воображение и логическое мышление.

Теория графов в настоящее время является интенсивно развивающимся разделом математики. Это объясняется тем, что в виде графовых моделей описываются многие объекты и ситуации: коммуникационные сети, схемы электрических и электронных приборов, химические молекулы и, отношения между людьми и многое другое.

На основе вышеизложенного материала можно сделать вывод, что теория графов как один из разделов дискретной математики является многосторонним в применении, как в повседневной жизни человека, так и в других науках.

Литература:

1.Теория графов. Пер. с англ. – Новосибирск: Издательство института математики, 2002. – 336 с.

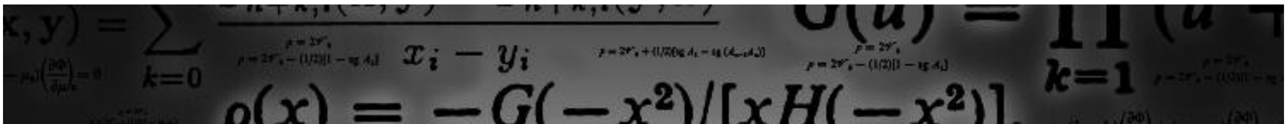
2. Теория графов. М.: Мир, 1996. – 392 с.

3. Введение в теорию графов. Пер с англ. М.: Мир, 1977. – 208 с.

4. Теория графов и её приложения. М.: Высшая школа, 1992. – 320 с.

Секция 3.

Проблемы современной математики



М.П. Абакумов
Научный руководитель: М.Г. Гулакова, ст. преп.
ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,
г. Донецк

НЕКОТОРЫЕ ФИЛОСОФСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Не нужно быть ученым или мудрецом для того, чтобы осознать важность математики в жизни человека. Она буквально пронизывает наш мир, а вместе с этим и каждый аспект человеческой жизнедеятельности. Вот почему математика и все, что связано с ней стала предметом изучения философии на заре ее зарождения.

Вопрос о взаимосвязи математики и философии был задан очень давно. Совместный путь математики и философии начался в Древней Греции. Первым философом, который обратился к числам, как к первоначалам, был великий древнегреческий математик и философ Пифагор (570-490 гг. до н.э.), организовавшего в 532 г. До н.э. в Кротоне религиозно-философский союз. Пифагорейцы обратили внимание на связи чисел друг с другом и их отношения к геометрическим фигурам. Они считали, что числовые отношения составляют самую сущность природы и именно в этом смысле говорили, что «все есть число». Поэтому познание природы для пифагорейцев было возможным только через познание числа и числовых отношений [1].

В этом Пифагор предвосхитил современную науку, которая базируется на математических законах. Как сказал известный астрофизик и популяризатор науки Нил Деграсс Тайсон: «Математика – это язык Вселенной».

Философы и ученые всегда озадачивались тем, что физик Евгений Вигнер назвал «необоснованной эффективностью математики». Как получается, что теоретик, такой как Питер Хиггс, может сесть за свой стол и, опираясь на математические уравнения, предсказать существование фундаментальной частицы, которую через 30 лет, после вложенных миллионов долларов и тысяч потраченных часов, экспериментаторы, наконец, смогли обнаружить?

Таким образом, математика выступает как весьма эффективное средство описания объективной действительности. Как говорил Нильс Бор, «Математика – это больше чем наука, это язык науки». Именно поэтому философов и ученых всегда притягивала математика. Во-первых, математика всегда обеспечивает нас достоверным результатом при правильном решении. А проблема познания (гносеология) и то, что мы можем знать с определенностью, всегда была одной из главных проблем философии. Во-вторых, математика позволяет понять устройство мироздания, и тем самым, дает возможность использовать ее для создания чего-либо подобного человеком, или даже предсказания существования неких элементов структуры. Ранее упомянутый Пифагор, осознав эту истину, создал то, что мы сегодня называем нумерологией, систему эзотерических верований о мистических связях чисел с физическими объектами, процессами и жизнью людей и их сознанием, которые взаимосвязаны и влияют друг на друга. И хотя, основное направление нумерологии ошибочно, сама идея того, что числа связаны с физическими объектами была подтверждена наукой.

Яркий пример эффективного использования математики в философском контексте – это работы Леонардо Да Винчи. Его интерес к математике часто выражался в его художественных произведениях. Его имя многие обоснованно связывают с золотым сечением – универсальным проявлением структурной гармонии. Оно встречается в природе, науке, искусстве. Да Винчи много времени посвятил изучению особенностей золотого сечения. Его рисунки стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, доказывают, что каждый из полученных при сечении прямоугольников дает соотношения сторон в золотом делении. В дневнике Леонардо Да Винчи есть рисунок вписанного в окружность обнаженного человека, находящегося в двух наложенных друг на друга позициях. Опираясь на исследования римского архитектора Витрувия, Леонардо подобным образом пытался установить пропорции человеческого тела, которые он выразил в своих шедеврах. Даже не вдаваясь в расчеты, золотое сечение можно также без труда обнаружить в природе. Так, под него попадают соотношения хвоста и тела ящерицы, расстояния между листьями на ветке, есть золотое сечение и в форме яйца, если условную линию провести через его наиболее широкую часть. И это лишь один из примеров того, как математика, которая пронизывает мир, влияет на философскую, научную и даже художественную мысль [2].

Из этого краткого обзора можно еще более убедиться в особой важности математики для нашей жизни. Ведь она не просто одна из наук. Математика – основа и структура всех наук, позволяющая делать точные выводы и успешные предсказания. Именно поэтому философия, которая постоянно ищет пути познания, обращается за помощью именно к математике.

Литература:

1. Лавриненко, В. Н. Основы философии: учебник и практикум для СПО / В. Н. Лавриненко, В. В. Кафтан, Л. И. Чернышова. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 374 с.

2. «Золотое сечение: как это работает». [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://rusmi.su/news/09-2015/news5198.html

М.С. Базова

Научный руководитель: Л.Г. Лаврук, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики», г. Донецк

ПРОБЛЕМА РАВЕНСТВА КЛАССОВ P И NP КАК ОДНА ИЗ ВАЖНЕЙШИХ ЗАДАЧ СОВРЕМЕННОСТИ

В современном мире каждый день ведутся споры и находятся новые решения сложнейших математических задач. Институт Клэя занимается распространением математических знаний и спонсированием способных математиков. Свою известность он получил благодаря публикации списка из 7 задач тысячелетия, характеризующихся как «важные классические задачи, решение которых не найдено уже многие годы». За решение каждой из этих задач институтом Клэя предложено вознаграждение равное 1 000 000 долларов США.

Равенство классов P и NP входит в этот список, что подчеркивает колоссальную сложность и фундаментальность этой задачи. Вопрос о равенстве классов впервые был поставлен Стивеном Куком и Леонидом Левиным в 1971 году. С тех пор уже было более сотни попыток доказательства или опровержения равенства классов P и NP.

Проблема редко заключается в том, чтобы найти непосредственно ответ. Математики очень четко представляют себе, каким должен быть ответ абсолютно всех великих задач, ведь он нередко заключен в саму формулировку вопроса. Гипотеза представляет собой правдоподобное предположение, догадку, основанное на совокупности собранных данных. Как правило, хорошо изученные гипотезы со временем подтверждаются. Доказательство - вот то, чего требуют великие задачи и то, что делает их такими сложнорешаемыми. Обоснованное предположение может сделать практически любой человек, сложно доказать ее истинность или ложность[1, с.68].

Проблема равенства классов сложности P и NP формулируется так: "Если положительный ответ на некий вопрос можно быстро проверить, то верно ли утверждение, что можно быстро найти ответ на этот вопрос?". Другими словами, действительно ли решение задачи проверить не легче, чем его отыскать?

Класс задач P – это набор таких задач, для которых известен работающий за полиномиальное время алгоритм. Класс же NP определяется как задачи, для которых можно лишь проверить некоторое решение за полиномиальное время, но неизвестен сам алгоритм, который мог бы решить задачу настолько же быстро.

Наглядный пример задач класса сложности NP – вскрытие шифра. На сегодняшний день единственным возможным решением данной задачи является перебор всех возможных комбинаций. Этот процесс занимает огромное количество времени. При нахождении верного кода, сразу становится понятно, что задача решена, и проверку решения можно осуществить за считанные минуты. В случае если классы сложности P и NP все-таки не равны (задачи, решение которых нельзя найти за разумное время, нельзя свести к более простым, легкорешаемым задачам), то тогда данную задачу всегда придется решать методом перебора. Если же выяснится, что сложные задачи класса NP можно свести к более простым задачам класса P, то теоретически возможно будет придумать более удобный алгоритм, который позволит вскрывать шифр значительно быстрее.

Из определения классов P и NP сразу вытекает следствие: $P \in NP$. Однако до сих пор не известна строгость этого включения, то есть, существует ли задача, лежащая в NP, но не лежащая в P. Если такой задачи не существует, то все задачи, принадлежащие классу NP, можно будет решать за полиномиальное время, что принесет огромный выигрыш в скорости вычислений. Сейчас самые сложные задачи из класса NP можно решить за экспоненциальное время, что считается неприемлемым с практической точки зрения[2].

Алгоритмы для решения задач из класса NP используются каждый день в огромном количестве областей. Широкое распространение они получили в криптографии, при восстановлении поврежденных файлов, разложении числа на простые множители, оптимизации различных транспортных задач в логистике и так далее.

Однозначно более эффективное решение подобных проблем могло бы в несколько раз сэкономить время и деньги, поскольку с современными алгоритмами решить задачу достаточно быстро нельзя, и как результат, приходиться довольствоваться лишь приближенными решениями.

Большинство современных ученых и специалистов сходятся во мнении, что P не равно NP. Некоторое интуитивное объяснение этому: на протяжении десятилетий лучшие умы пытались построить быстрые алгоритмы для задач класса NP, но это, ни разу не увенчалось успехом. Кроме того, был проведен опрос среди математиков по поводу равенства P и NP с четырьмя возможными вариантами ответов: да, нет, не уверен, вопрос независим с современной системой аксиом и поэтому теорему невозможно ни доказать, ни опровергнуть. Результаты были следующими: 61/83%, 9/9%, 22/5%, 8/3%[3, с.57]. Другими словами, в рамках последнего голосования 83 % опрошенных полагают, что P не равно NP.

Литература

1. Ирэн Стюарт. Величайшие математические задачи. — М.: Альпина нон-фикшн, 2015. — 460 с.

2. Равенство классов P и NP [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%81% _NP

3. Паньшин И. А. Задача на миллион: P=NP / И.А. Паньшин // Newtonew– образование как стиль жизни. –2017. – 110 с.

В.С. Будыка, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики», г. Донецк

О НЕКОТОРЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ ДИРАКА С ТОЧЕЧНЫМИ МАТРИЧНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

Рассмотрим одномерное дифференциальное выражение Дирака

$$D = -ic\frac{d}{dx}\otimes\sigma_1 + \frac{c^2}{2}\otimes\sigma_3 = \begin{pmatrix} c^2/2 & -ic\dfrac{d}{dx} \\ -ic\dfrac{d}{dx} & -c^2/2 \end{pmatrix}\otimes I_p, \qquad \textbf{(1)}$$

в котором $c > 0$ — скорость света и σ_j — $2p\times 2p$ -матрицы Паули, $j\in\{1,2,3\}$,

$$\sigma_1=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\otimes I_p,\quad \sigma_2=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\otimes I_p,\quad \sigma_3=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\otimes I_p\in C^{2p\times 2p},$$

где I_p — единичная матрица размера $p\times p$ (см. теорию операторов Дирака в [1, 2, 3]).

Пусть $I=(a,b),\quad -\infty<a<b\le+\infty$, конечный или бесконечный интервал. Положим

$$\alpha:=\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty},\quad \alpha_n=\alpha_n^*\in C^{p\times p},\quad n\in N. \qquad \textbf{(2)}$$

Пусть $X=\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ — дискретное подмножество интервала I, $x_{n-1}<x_n, n\in N,$ и

$$a:=x_0,\quad b:=\sup_{n\in N}x_n\equiv\lim_{n\to\infty}x_n,\qquad d_*(X)=\inf d_n,\quad d_n=|x_n-x_{n-1}|.$$

Всюду в дальнейшем $f=\{f_1,f_2,\dots,f_{2p}\}^{\bullet}$ — вектор–столбец. Положим

$$f_I:=\{f_1\ f_2\ \dots\ f_p\}^{\bullet},\qquad f_{II}:=\{f_{p+1}\ f_{p+2}\ \dots\ f_{2p}\}^{\bullet}.$$

Здесь $\bullet$ — операция транспонирования.

В пространстве $L^2(I,C^{2p})=L^2(I)\otimes C^{2p}$ введем семейство (незамкнутых) симметрических операторов $D^0_{X,\alpha}$ ассоциированных с выражением (1):

$$D^0_{X,\alpha}=D,\quad dom(D^0_{X,\alpha})=\{f\in W^{1,2}_{comp}(I\setminus X)\otimes C^{2p}:\ f_I\in AC_{loc}(I),\ f_{II}\in AC_{loc}(I\setminus X);$$
$$f_{II}(a+)=0,\quad f_{II}(x_n+)-f_{II}(x_n-)=-\frac{i\alpha_n}{c}f_I(x_n), n\in N\}. \qquad \textbf{(3)}$$

Обозначим $D_{X,\alpha}=\overline{D^0_{X,\alpha}}$ замыкание оператора $D^0_{X,\alpha}$.

1. Граничная тройка для оператора D_X^*.

Пусть D_n минимальный оператор, порожденный в $L^2[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p}$ выражением (1)

$$D_n=D|dom(D_n),\quad dom(D_n)=W_0^{1,2}[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p}.$$

Лемма 1. Оператор D_n — замкнутый симметрический с индексами дефекта $n_\pm(D_n)=2p$. Его сопряженный D_n^* задается соотношениями

$$D_n^*=D|dom(D_n^*),\qquad dom(D_n^*)=W^{1,2}[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p}.$$

При этом тройка $\Pi^{(n)}=\{C^{2p},\Gamma_0^{(n)},\Gamma_1^{(n)}\}$, в которой

$$\Gamma_0^{(n)}f:=\Gamma_0^{(n)}\begin{pmatrix}f_I\\f_{II}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}f_I(x_{n-1}+)\\icf_{II}(x_n-)\end{pmatrix},\quad \Gamma_1^{(n)}f:=\Gamma_1^{(n)}\begin{pmatrix}f_I\\f_{II}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}icf_{II}(x_{n-1}+)\\f_I(x_n-)\end{pmatrix}, \qquad \textbf{(4)}$$

является граничной тройкой для D_n^*.

Определим минимальный оператор D_X в $H = L^2(R_+)\otimes C^{2p}$, полагая

$$D_X := \bigoplus_{n\in N} D_n, \qquad dom(D_X) = W_0^{1,2}(R_+\ ,\quad X)\otimes C^{2p} = \bigoplus_{n\in N} W_0^{1,2}[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p}.$$

Тогда $D_X^* := \bigoplus_{n\in N} D_n^*, \qquad dom(D_X^*) = W^{1,2}(R_+\ ,\quad X)\otimes C^{2p} = \bigoplus_{n\in N} W^{1,2}[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p}.$

Прямая сумма $\bigoplus_{n=1}^{\infty}\Pi^{(n)}$ граничных троек $\Pi^{(n)}$ вида (4) является граничной для D_X^* тогда и только тогда, когда $d_*(X) > 0$.

Теорема 1. Пусть $X = \{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ и $d^*(X) < +\infty$. Определим отображения

$$\Gamma_j^{(n)} : W^{1,2}[x_{n-1},x_n]\otimes C^{2p} \to C^{2p}, \quad n\in N, \quad j\in\{0,1\},$$

полагая

$$\Gamma_0^{(n)} f := \begin{pmatrix} d_n^{1/2} f_I(x_{n-1}+) \\ icd_n^{3/2}\sqrt{1+\dfrac{1}{c^2 d_n^2}}\, f_{II}(x_n-) \end{pmatrix}, \quad \Gamma_1^{(n)} f := \begin{pmatrix} icd_n^{-1/2}(f_{II}(x_{n-1}+) - f_{II}(x_n-)) \\ d_n^{-3/2}\left(1+\dfrac{1}{c^2 d_n^2}\right)^{-1/2}(f_I(x_n-) - f_I(x_{n-1}+) - icd_n f_{II}(x_n-)) \end{pmatrix}.$$

Тогда:

(i) для любого $n\in N$ тройка $\Pi^{(n)} = \{C^{2p}, \Gamma_0^{(n)}, \Gamma_1^{(n)}\}$ является граничной для D_n^*.

(ii) Прямая сумма $\Pi := \bigoplus_{n=1}^{\infty}\Pi^{(n)} = \{H,\Gamma_0,\Gamma_1\}$, где $H = l^2(N, C^{2p})$ и $\Gamma_j = \bigoplus_{n=1}^{\infty}\Gamma_j^{(n)},\ \ j\in\{0,1\},$ является граничной тройкой для оператора $D_X^* = \bigoplus_{n=1}^{\infty} D_n^*$.

2. Связь гамильтонианов $D_{X,\alpha}$ с якобиевыми матрицами. Положим $d^*(X) := \sup_n d_n$ и пусть $\nu(x) := \frac{1}{\sqrt{1+(c^2x^2)^{-1}}}\cdot$ Рассмотрим якобиеву матрицу

$$B_{X,\alpha} = \begin{pmatrix} O_p & -\frac{\nu(d_1)}{d_1^2} I_p & O_p & O_p & O_p & \dots \\ -\frac{\nu(d_1)}{d_1^2} I_p & -\frac{\nu(d_1)}{d_1^2} I_p & \frac{\nu(d_1)}{d_1^{3/2} d_2^{1/2}} I_p & O_p & O_p & \dots \\ O_p & \frac{\nu(d_1)}{d_1^{3/2} d_2^{1/2}} I_p & \frac{\alpha_1}{d_2} I_p & -\frac{\nu(d_2)}{d_2^2} I_p & O_p & \dots \\ O_p & O_p & -\frac{\nu(d_2)}{d_2^2} I_p & -\frac{\nu(d_2)}{d_2^2} I_p & \frac{\nu(d_2)}{d_2^{3/2} d_3^{1/2}} I_p & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \qquad \mathbf{(5)}$$

Предложение 1. Пусть $\Pi = \{H,\Gamma_0,\Gamma_1\}$ — граничная тройка для оператора D_X^*, построенная в Теореме 1, и пусть $B_{X,\alpha}$ — минимальный оператор Якоби, ассоциированный в $l^2(N;C^p)$ с матрицей вида (5). Тогда $B_{X,\alpha}$ — граничный оператор для реализации $D_{X,\alpha}$ вида (3), т.е.

$$D_{X,\alpha} = D_{B_{X,\alpha}} = D_X^* \big| dom(D_{B_{X,\alpha}}), \qquad dom(D_{B_{X,\alpha}}) = \{f \in dom(D_X^*) : \Gamma_1 f = B_{X,\alpha}\Gamma_0 f\},$$

В дальнейшем, $S_p(H)$, $p \in (0,\infty]$, обозначают идеалы фон Неймана–Шаттена в H.

Теорема 2. Пусть последовательность $\{\alpha_n\}_1^\infty$ вида (2). Тогда:

(i) Индексы дефекта операторов $D_{X,\alpha}$ и $B_{X,\alpha}$ удовлетворяют соотношениям

$$n_\pm(D_{X,\alpha}) = n_\pm(B_{X,\alpha}) \le p.$$

В частности, $D_{X,\alpha}$ самосопряжен в точности тогда, когда самосопряжен оператор $B_{X,\alpha}$. Если $n_+(D_{X,\alpha}) = p$, то и $n_-(D_{X,\alpha}) = p$.

Пусть дополнительно $D_{X,\alpha} = D_{X,\alpha}^*$. Тогда:

(ii) Пусть $\alpha := \{\alpha_n\}_{n\in N} (\subset C^{p\times p})$, $\alpha_n = (\alpha_n)^*$ — другая последовательность вида (2). Пусть также $B_{X,\alpha}$ — минимальный оператор Якоби, ассоциированный в $H = l^2(N) \otimes C^{2p}$ с матрицей (5), в которой α заменено на α. Тогда верна эквивалентность

$$(D_{X,\alpha} - i)^{-1} - (D_{X,\alpha} - i)^{-1} \in S_p(H) \quad \Longleftrightarrow \quad (B_{X,\alpha} - i)^{-1} - (B_{X,\alpha} - i)^{-1} \in S_p(H).$$

3. Самосопряженность и индексы дефекта.

Теорема 3. Пусть I — бесконечный интервал, т.е. или $I = R_\pm$, или $I = R$, α и β последовательности вида (2). Тогда оператор $D_{X,\alpha}$ - самосопряженный.

Теорема 4. Пусть $D_{X,\alpha}$ — оператор вида (3). Тогда область сопряженного оператора $D_{X,\alpha}^* := (D_{X,\alpha})^*$ имеет вид

$$D_{X,\alpha}^* = D \big| dom(D_{X,\alpha}^*),$$
$$dom(D_{X,\alpha}^*) = \{f \in W^{1,2}(I \setminus X) \otimes C^{2p} : f_I \in AC_{\mathrm{loc}}(I), f_{II} \in AC_{\mathrm{loc}}(I \setminus X);$$
$$f_{II}(a+) = 0, \quad f_{II}(x_n+) - f_{II}(x_n-) = -\frac{i\alpha_n}{c} f_I(x_n), n \in N\}.$$

Литература

1. Albeverio S., Gesztesy F., Hoegh-Krohn R., Holden H. Solvable Models in Quantum Mechanics: AMS Chelsea Publ., 2005.

2. Carlone R., Malamud M., Posilicano A. // JDE. 2013. V. 254. P. 3835–3902.

3. Thaller B. The Dirac Equation: Texts and Monographs in Physics, Springer, 1992.

А.С. Войтенко

Научный руководитель: Е.Ю. Чудина, канд. пед. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Донецк

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СОСТАВЛЕНИИ УРАВНЕНИЯ ОКРУЖНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ

Постановка проблемы. Миллионы людей занимаются математическими расчетами, иногда в силу влечения к таинствам математики и ее внутренней красоте, а чаще в силу профессиональной или иной необходимости. В данной статье мы рассмотрим одно из геометрических приложений определителя матрицы, докажем его и постараемся показать его применение на практике.

Изложение основного материала. При изучении матриц и их определителей, в курсе математики вышей школы, большое внимание уделяется изучению алгебраических свойств определителей, однако, геометрические приложения определителей не менее важные.

В данной работе хочется уделить внимание следующему геометрическому приложению определителю матрицы: с помощью определителя можно составить уравнение окружности, проходящей через заданные три точки на плоскости с координатами (x_1,y_1) , (x_2,y_2) и (x_3,y_3). Покажем это.

Уравнение окружности, проходящей через точки на плоскости с координатами (x_1,y_1) , (x_2,y_2) и (x_3,y_3):

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{1}$$

При условии, что все три точки лежат на одной прямой

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad ,$$

окружность вырождается в прямую:

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Координаты центра окружности, проходящей через точки (x_1,y_1) , (x_2,y_2) и (x_3,y_3):

$$x_c = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}} \qquad y_c = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}} \qquad \text{и}$$

Пусть имеется уравнение окружности (1), проходящей через точки на плоскости с координатами (x_1,y_1), (x_2,y_2) и (x_3,y_3), записанное при помощи определителя четвертого порядка.

Действительно, разлагая по элементам первого столбца, убеждаемся, что написанное уравнение есть уравнение второй степени, в котором коэффициенты при x^2 и y^2 одинаковы, и член с произведением xy отсутствует, т.е. уравнению (1) соответствует окружность. Наконец, если мы в этом уравнении подставим $x=x_k$ и $y=y_k$, где k=1, 2, 3, то первая строка определителя будет совпадать с одной из остальных строк, и равенство будет являться тождеством, т.е. окружность действительно проходит через три данные точки. Заметим, что если три заданные точки находятся на одной прямой, то в уравнении (1) коэффициент при (x^2+y^2) окажется равным нулю, и уравнению будет соответствовать не окружность, а прямая.

Задача нахождения уравнения окружности, проходящей через три заданные точки, может быть также решена с помощью решения системы алгебраических уравнений. Недостатком данного способа решения является его трудоемкость.

Вывод. Как видно из вышеизложенного, составление уравнения окружности, проходящей через три заданные точки, с помощью определителя матрицы, менее трудоемко, чем решение данной задачи с помощью системы уравнений. На практике данное геометрическое приложение определителя может быть использовано для решения инженерных задач, таких как нахождение точки на плане, в которой требуется установить вышку связи, имеющую определенный радиус действия и т.д.

Литература:

4. Белько И.В. Высшая математика для экономистов. I семестр / И.В. Белько, К.К. Кузьмич. – М.: Новое знание, 2002. – 144 с.

5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц (издание третье) / Ф.Р. Гантмахер. Москва: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1967. – 572 с.

6. Гусак А.А. Справочное пособие к решению задач: аналитическая геометрия и линейная алгебра. – Мн.: Тетрасистемс, 1998. – 525 с.

7. Жевняк Р.М. Высшая математика / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук. – Мн.: Высш. шк., 1992. – 384 с.

Я.И. Грановский, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

Г. Донецк

КРЕЙНОВСКОЕ РАСШИРЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЁТНОГО ПОРЯДКА

1. Введение. Пусть A – полуограниченный симметрический оператор в сепарабельном пространстве H. Хорошо известно, что оператор A имеет самосопряжённые расширения с сохранением нижней границы (см. [1, гл. VIII]). Во множестве $\mathrm{Ext}_A(0,\infty)$ всех неотрицательных самосопряжённых расширений оператора A существуют два «экстремальных» расширения $\hat{A}_F$ и $\hat{A}_K$, выделяемые неравенствами

$$\left(\hat{A}_F + x\right)^{-1} \le \left(\tilde{A} + x\right)^{-1} \le \left(\hat{A}_K + x\right)^{-1}$$

для всех $x \in (0, \infty)$ и любого $\tilde{A} \in \mathrm{Ext}_A(0, \infty)$. Расширение $\hat{A}_F$ называется фридрихсовым (или «жёстким» расширением), а расширение $\hat{A}_K$ называется крейновским (или «мягким» расширением).

В случае $A > \varepsilon I > 0$ М.Г. Крейном показано (см. [2, ч. I]), что $\hat{A}_K = A^* \upharpoonright (\mathrm{dom}A \dotplus \ker A^*)$. В случае $A \ge 0$ расширения $\hat{A}_F$ и $\hat{A}_K$ в терминах абстрактных граничных условий впервые описаны в работе [7]. Именно, там показано, что

$$\begin{gathered}\mathrm{dom}\hat{A}_K = \{f \in \mathrm{dom}A^* \colon \Gamma_1 f = M(0)\Gamma_0 f\},\\ \mathrm{dom}\hat{A}_F = \{f \in \mathrm{dom}A^* \colon \Gamma_1 f = M(-\infty)\Gamma_0 f\},\end{gathered} \tag{1}$$

где $M(0) = M(0-)$ – предельное значение функции Вейля в нуле, а $M(-\infty)$ – предельное значение функции Вейля в минус бесконечности.

Описание фридрихсова расширения вне связи с соотношениями (1) известно во многих случаях. Например, для обыкновенных дифференциальных операторов на конечном промежутке и полуоси расширение $\hat{A}_F$ приводит к задаче Дирихле. М.Г. Крейном описано (см. [2, ч. II]) фридрихсово расширение дифференциального оператора порядка $2n$ на конечном интервале. Для сингулярного оператора Штурма-Лиувилля вида $\tau u = (1/k)\left[-\left(pu'\right)' + qu\right]$ в пространстве $L^2(\mathbb{R}_+)$ фридрихсово расширение описано в работе [9]. В работе [4] найдена связь крейновского расширения положительно определённого оператора с оператором абстрактной задачи продольного изгиба. Изучение крейновского расширения для различных классов эллиптических задач содержится в работах [5, 8, 11] (смотри также приведённую в них библиографию).

Однако задача явного нахождения предельного значения $M(0)$ является нетривиальной даже в случае положительно определённого оператора. В некоторых случаях это значение известно, например, [3, 6] (оператор Бесселя), [10] (оператор $Ay = (-1)^n y^{(2n)}$ в $L^2(\mathbb{R}_+)$).

В настоящей работе мы исследуем минимальный оператор $A \coloneqq A_{\min}$, ассоциированный с выражением

$$\mathcal{A} = (-1)^n d^{2n}/dx^{2n}, \mathrm{dom} A = W_0^{2n,2}[a,b], n \in \mathbb{N}, \tag{2}$$

на отрезке $[a,b]$, и описываем его крейновское расширение в терминах граничных условий.

2. Основной результат.

Основной результат данной работы содержит следующая теорема.

Теорема. Пусть A – минимальный оператор, определённый выражением (2). Тогда область определения крейновского расширения $\hat{A}_K$ имеет вид:

$$\mathrm{dom}\hat{A}_K = \left\{ f \in W^{2n,2}[a,b]: \begin{pmatrix} f^{(2n-1)}(b) \\ \dots \\ f(b) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} f^{(2n-1)}(a) \\ \dots \\ f(a) \end{pmatrix} \right\},$$

где T – тёплицева нижнетреугольная матрица, определяемая равенством

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b-a & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \cdots & \dots & \dots \\ (b-a)^{2n-1}/(2n-1)! & (b-a)^{2n-2}/(2n-2)! & \cdots & b-a & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2n \times 2n}. \tag{3}$$

3. Примеры.

Пример 1. Пусть $a = 0, b = 1, n = 2$, т. е. $Ay = y^{(IV)}$. В этом случае согласно равенству (3) получаем:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 2. Пусть $a = 0, b = 1, n = 3$, т. е. $Ay = -y^{(VI)}$. В этом случае согласно равенству (3) имеем:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 \\ 1/120 & 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. Пусть $a = 0, b = 1, n = 4$, т. е. $Ay = y^{(VIII)}$. В этом случае согласно равенству (3) матрица

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/120 & 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1/720 & 1/120 & 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 \\ 1/5040 & 1/720 & 1/120 & 1/24 & 1/6 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Литература:

1. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М., 1996.

2. Крейн М.Г. Теория самосопряжённых расширений полуограниченных эрмитовых операторов и её приложения. I, II // Мат. сб. 1947. № 20. С. 431 – 495; № 21. С. 365 – 404.

3. Ananieva A.Yu., Budyika V.S. To the spectral theory of the Bessel operator on finite interval and half-line // J. of Math. Scien. 2015. V. 211. № 5. P. 624 – 645.

4. Ashbaugh M.S., Gesztesy F., Mitrea M., et all. The Krein-von Neumann extension, its connection to an abstract buckling problem // Math. Nachr. 2010. V. 283. № 2. P. 165 – 179.

5. Ashbaugh M.S., Gesztesy F., Mitrea M., Teschl G. Spectral theory for perturbed Krein Laplacians in nonsmooth domains // Adv. Mth. 2010. V. 223. P. 1372 – 1467.

6. Bruneau L., Derezinski J., Georgescu V. Homogeneous Schrödinger Operators on the Half-Line // Ann. Henri Poincare. 2011. V. 12. P. 547 – 590.

7. Derkach V.A., Malamud M.M. Generalized resolvent and the boundary value problems for Hermitian operators with gaps // J. Funct. Anal. 1991. V. 95. № 1. P. 1 – 95.

8. Gesztesy F., Mitrea M. A description of all self-adjoint extensions of the laplacian and Krein-type resolvent formulas on non-smooth domains // J. Analyse Math. 2011. V. 113. P. 53 – 172.

9. Kalf H. A Characterization of the Friedrichs Extension of Sturm-Liouville Operators // J. London Math. Soc. 1978. V. 17. № 2. P. 511 – 521.

10. Lunyov A.A. Spectral functions of the simplest even order ordinary differential operator // J. Methods Funct. Anal. Topology. 2013. V. 19. № 4. P. 319 – 326.

11. Malamud M.M. Spectral theory of elliptic operators in exterior domains // Russ. J. Math. Phys. 2010. V. 17. P. 96 – 125.

А.И. Гриненко

Научный руководитель: Е.Н. Папазова., канд. экон. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

СОВРЕМЕННЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Чем чаще наука прибегает к языку математики, тем больше она эволюционирует, тем более глубокие связи и отношения она сможет изучить. Математика бывает очень сложной, но те результаты, которые можно с помощью нее получить, могут быть достаточно неожиданные и полезны для человечества. В данной работе изложены самые важные открытия 21 века.

Теорема Брауэра о неподвижной точке

Это теорема из такого раздела математики как топология, была доказана Лёйтзеном Брауэром. Ее чисто математическое выражение является достаточно абстрактным, но данную теорему можно неожиданным способом применить к разным реальным событиям. Допустим, что у нас есть какая-нибудь картина (к примеру, Мона Лиза), и мы можем сделать ее копию. Потом мы можем делать с этой копией что захотим – увеличивать, уменьшать, вращать, сминать, все что угодно. Терема Брауэра о неподвижной точке гласит, что если эту деформированную копию положить на оригинал, то всегда найдется хотя бы одна точка на копии, которая будет находиться ровно над этой же самой точкой изображения на оригинале. Это может быть кусочек уха, рта или глаза Моны, но обязательно такая точка найдется.

Теорема работает и в трехмерном пространстве. Представьте, что у нас есть стакан воды, в который мы положили ложку и размешивали воду столько, сколько захотим. По теореме Брауэра, всегда будет хотя бы одна молекула воды, которая в итоге окажется ровно на том же самом месте, что и до размешивания.

Парадокс Рассела

Многие ученые увлечены новым разделом математики – теорией множеств. В принципе, множество – это совокупность каких-либо объектов. Раньше считалось, что любой набор объектов можно считать множеством – множество всех фруктов, множество всех президентов США, и все это считалось верным. Стоит добавить, что одно множество может включать в себя другие множества. В 1901 году известный математик Бертран Рассел сделал нашумевшее открытие, когда понял, что такой способ мышления ошибочен – на самом деле не все совокупности объектов можно назвать множеством.

Решив разобраться в этом вопросе, Рассел описал множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своих элементов. Множество всех фруктов не содержит в себе само себя, так что его можно включить во множество Рассела, как и огромное количество других множеств. Но что насчет самого множества Рассела? Оно не содержит в себе само себя, так что его тоже надо включить в это множество. Но теперь оно содержит себя в самом себе, так что нам нужно его исключить. Но теперь его нужно включить в себя снова, так как на этот момент, оно не содержит себя в самом себе. Ну и так далее. Этот логический парадокс привел к пересмотру теории множеств, одному из самых важных направлений в современной математике.

Великая теорема Ферма

Со школьной скамьи нам известна теорема Пифагора. Она гласит, что в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов ($x^2+y^2 = z^2$). Самая известная теорема Пьера Ферма говорит о том, что это же выражение не имеет натуральных решений x, y и z, если в степенях находится любое натуральное число больше двух.

Как писал сам Ферма: «…невозможно разложить куб на два куба, биквадрат на два биквадрата и вообще никакую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я нашел этому поистине чудесное доказательство, но поля книги слишком узки для него». Проблема в том, что Ферма написал это в 1637 году, а недоказанной она оставалась еще долгие годы. И только в 1995 году (спустя 358 лет) теорема была доказана Эндрю Уайлсом.

Теорема о конце света

Как это ни парадоксально, но математика может быть использована для определения того, когда наш вид полностью вымрет. Используя, конечно, теорию вероятностей. Эта теорема (которая существует уже примерно 30 лет и была открыта уже несколько раз) говорит о том, что время человечества уже на исходе. Одно из доказательств, принадлежащее астрофизику Ричарду Готту, на удивление простое: если рассматривать все время существования человеческого вида как процесс жизни отдельного организма, то можно определить на каком этапе жизни наш вид находится.

Исходя из предположения, что живущие сейчас люди находятся в случайном месте всей хронологии человеческой истории, мы можем утверждать с 95% уверенностью, что мы находимся среди последних 95% когда-либо родившихся людей. Кроме того, Готт пытается дать интервал 95% уверенности между минимальным и максимальным временем выживания.

Поскольку он даёт шансы в 2,5% на недооценку минимального времени, то только 2,5% остаётся на переоценку максимального. Согласно Готту, человечество вымрет в интервале от 5100 лет до 7,8 миллионов лет от текущего времени.

В заключение хочется вспомнить слова Леонардо да Винчи: «Ни одно человеческое исследование не может называться истинной наукой, если оно не прошло через математические доказательства».

Литература:

1. [Электронный ресурс]. – Электрон. – Москва: 2017. – http://muz4in.net/.
2. Доказательство. Очевидность, достоверность и убедительность в математике: учебное пособие/В.А. Шапошников. – : Изд-во URSS, 2014. - 432 с.

А. А. Заболотная

Научный руководитель: М.Г. Гулакова, ст. преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ В ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ МЕТОДАМИ СИММЕТРИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЫ

Эта тема разнообразна и плодотворна по применению к решению многих алгебраических задач, таких, как тождественные преобразования, разложение на множители, решение неравенств, освобождение от иррациональности. Все эти алгебраические задачи можно решить с помощью методов симметрической алгебры, которые изложены в книге [1]. В данной исследовательской работе рассматривается следующее: формула Виета, симметрические многочлены не более трех переменных; элементарные симметрические многочлены, представляющие собой суммы переменных и их попарных произведений, а также произведение всех трех переменных, формула Варинга, выражающая степенные суммы через элементарные симметрические многочлены а также раскрытие скобок с помощью орбит, которые представляют собой алгебраическую операцию, применяемую к одночлену, и результатом её получается симметрический многочлен из одночленов, каждый член которого получается из данного одночлена перестановкой его переменных.

Цель работы – научиться решать уравнения в целых числах методами симметрической алгебры, поэтому приведем некоторые понятия и теоремы, используемые при решении уравнений в целых числах.

Теорема 1. Любой симметрический многочлен от трех переменных выражается единственный образом через элементарные симметрические многочлены, которые представляют собой новые переменные ([1] с. 44-46).

Теорема 2. Если многочлен одной переменной с целыми коэффициентами имеет целый корень, то этот корень является делителем свободного члена. Правило раскрытия скобок. Чтобы найти произведение многочленов, дающих симметричный многочлен, необходимо определить образующие одночлены этого произведения. Затем построить орбиты одночленов, образованными переменными, входящими в эти произведения многочленов в качестве сомножителей и каждую такую орбиту необходимо умножить на соответствующий коэффициент, а затем из них составить алгебраическое выражение, что является искомым произведением. Указанные выше понятия и результаты применяются к решению уравнений и систем в целых числах. Одной из трудностей при решении задач такого сорта было раскрытие скобок при перемножении многочленов, дающее около тридцати членов. Это неудобство преодолевалось посредством применения правила раскрытия скобок. Использование этого правила позволяет записать искомое произведение через орбиты.

Последние представимы в виде степенных сумм переменных, которые по формуле Варинга выражаются через элементарные симметрические многочлены в силу теоремы 1. Вследствие чего данное выражение приводится к более простому виду в новых переменных с правой частью, равной целому числу, левую часть которого можно разложить на множители. Если правая часть равна нулю, то элементарные симметрические многочлены определяются достаточно просто. В случае, когда она отлична от нуля, используем основную теорему арифметики о разложении на простые 137 множители.

Методом перебора рассматриваются всевозможные варианты, число которых конечно. Далее решаем соответствующие уравнения и определяем элементарные симметрические многочлены. В силу теоремы Виета старые неизвестные определяются как корни кубического уравнения с целыми коэффициентами. Так как нас интересуют только целые корни, то согласно теореме 2 они являются делителями свободного члена, что приводит нас к искомому результату.

Литература:

1. Болтянский В.Г., Виленкин Н.Я. Симметрия в алгебре. 2-е изд. – М.: 2002. – 240 с.

Д.А. Иванова

Научный руководитель: Я.И. Грановский, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики», г. Донецк

КОНТАКТНОЕ ЧИСЛО ШАРОВ И СФЕРИЧЕСКИЕ КОДЫ

Начнём сразу с вопроса: как много одинаковых шаров можно расположить вокруг одного фиксированного?

Рассмотрим плоский случай. В наличии имеется много одинаковых монет и такая же монетка, лежащая рядом. Как много одинаковых монет можно положить на стол вокруг одной такой же, так чтобы они все касались центральной?

Шесть монет могут быть расположены с центрами в вершинах правильного шестиугольника. Но, может быть, можно расположить большее число монет?

Одна монета занимает угол в 60^0. Поделим полный угол в 360^0 на тот угол, меньше которого одна монета занимать не может, и получим ровно шесть. Т. е. больше, чем шесть монет уложить вокруг одной того же радиуса нельзя.

Это можно было показать и чуть по-другому. На окружности центральной монеты рассмотреть дугу, которую занимает одна монета, касающаяся центральной. Поделить длину всей окружности на длину рассмотренной дуги и увидеть, что места хватает ровно на шесть таких дуг.

Найдено расположение шести монет и показано, что больше шести монет не могут касаться одной того же размера. Именно так решается большинство экстремальных задач – задач на нахождение максимума или минимума. Приводится некоторая конструкция, а затем доказывается, что она наилучшая с точки зрения условий задачи. В нашем привычном трёхмерном пространстве задача оказалась намного сложнее.

Как много одинаковых бильярдных шаров можно расположить в пространстве вокруг одного фиксированного того же радиуса?

Двенадцать шаров могут располагаться в вершинах икосаэдра. При таком расположении шары даже не касаются друг друга. Расположение шаров настолько свободно, что их можно катать по внутреннему шару [1].

Можно ли расположить более 12 шаров? Этот вопрос был предметом знаменитой дискуссии, состоявшейся в 1694 году между шотландским учёным Дэвидом Грегори и Исааком Ньютоном. Именно Исаак Ньютон, изучая вопросы астрономии, установил, что 12 шаров могут располагаться в вершинах икосаэдра. Дэвид Грегори обобщил оценку сверху на количество монет, располагаемых вокруг одной фиксированной. Он посчитал площадь сферической шапочки, занимаемой одним шаром, и поделил площадь сферы центрального шара на полученную площадь шапочки. Проведите расчёт и вы удивитесь, что ответ будет почти 15. Так как это число оказалось меньше 15, то это доказывало, что 15 шаров нельзя расположить вокруг одного фиксированного. Однако, что даже 13 шаров нельзя расположить, Грегори не смог догадаться.

Только через 200 лет появилось первое доказательство того, что контактное число шаров в трёхмерном пространстве равно 12.

Задача о контактном числе шаров решена ещё в 4-мерном, 8-мерном и 24-мерном пространствах. Контактное число шаров равно соответственно 24, 240 и 196560. Шары располагаются в вершинах минимальных векторов шахматной решётки, решётки Коркина-Золотарёва и решётки Лича. Последнее продвижение в этой задаче – решение в четырёхмерном случае – получено российским математиком Олегом Мусиным [2].

Рассмотренная красивая и, казалось бы, чисто математическая задача о контактном числе шаров является частным случаем задачи о сферическом коде и имеет много важных приложений в технике при передаче информации на расстояния. В частности, код, исправляющий ошибки, использующий решение задачи о контактном числе шаров в восьмимерном евклидовом пространстве, применяется в модемах.

При передаче информации на расстояния, например, с Земли на спутник, возникают ограничения на мощность передаваемого сигнала. Математически эти ограничения означают, что передаваемые сигналы являются точками сферы евклидова пространства некоторой размерности.

Каждому шару из задачи о контактном числе шаров соответствует сферическая шапка на центральном шаре и точка касания. Эти точки называются алфавитом. В конкретный момент времени задача состоит в переводе точек касания из некоторых шапок на другую сферу. Набор шапок, из которых передаются сигналы, образует так называемое слово. Однако при передаче могут возникать искажения. Если шапки довольно большие, то при искажениях точка всегда будет попадать внутрь той шапки, где была. Тогда передаваемую точку можно однозначно восстановить, поскольку шапки не пересекаются. Соответственно можно восстановить само слово – набор шапок, из которых передавались точки.

Если известно, что искажения при передаче маленькие, то можно рассматривать шапки меньшего размера.

Желание передавать как можно больше разной информации, т. е. иметь как можно больше разных слов, приводит к задаче: расположить как можно больше сферических шапок заданного размера на сфере.

В переводе на язык шаров это приводит к следующей задаче. Как много одинаковых шаров могут касаться шара другого радиуса?

Несмотря на большое прикладное значение задачи о сферическом коде, её решение известно лишь в небольшом числе частных случаев как в трёхмерном пространстве, так и в пространствах большей размерности. Точное решение в общем случае или хоть в какой-нибудь бесконечной серии случаев пока не найдено.

Литература:

1. Дж. Конвей, Н. Слоэн. Упаковки шаров, решётки и группы. М.: Мир, 1990.

2. О.Р. Мусин. Проблема двадцати пяти сфер // Успехи математических наук. 2003. Т. 58. Вып. 4. С. 153 – 154.

К.А. Шалун

Научный руководитель: Я.И. Грановский, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

ЗАДАЧА ТОМСОНА

Поместим на сферу N одинаковых зарядов. К каким расположениям будут стремиться заряды, пытаясь минимизировать потенциальную энергию системы?

Данная задача возникла у Дж. Дж. Томсона при изучении планетарной модели атома. На рубеже XIX и XX веков он проводил эксперименты по нахождению наилучших расположений для небольших количеств зарядов.

После появления компьютеров проводилось множество численных экспериментов. Однако только в конце XX века некоторые частные случаи были решены математически строго.

Рассмотрим, под действием каких сил двигаются электроны в задаче. Для этого зафиксируем несколько зарядов и рассмотрим силы, которые будут действовать на подвижный заряд.

Взаимодействие двух зарядов, находящихся в трёхмерном пространстве, определяется потенциалом Ньютона, обратно пропорциональным расстоянию между зарядами. Значит, чем ближе расположены заряды, тем больше сила их взаимодействия.

Результирующая сила равна сумме всех сил, действующих на рассматриваемый подвижный заряд. Разложим вектор силы на две составляющие: перпендикулярно к сфере и касательную. Перпендикулярная составляющая пытается вытолкнуть заряд со сферы. Значит, на движение электрона в задаче Томсона влияния она не оказывает. Касательная составляющая определяет направление и скорость движения заряда в следующий момент.

Движение свободного заряда прекратится, когда сила, действующая на него, будет перпендикулярна сфере (т. е. касательная составляющая силы будет равна нулю).

В случае системы свободных зарядов движение останавливается, когда для каждого заряда сила, действующая на него, перпендикулярна сфере.

Расположим на сфере N одинаковых свободных зарядов и посмотрим, какую конфигурацию будет стремиться занять эта система. Рассмотрим случаи, когда экстремальность полученных конфигураций удалось доказать математически строго.

$N = 2$. Два электрона расположатся в диаметрально противоположных точках.

$N = 3$. Через любые три точки можно провести плоскость. Плоскость пересекается со сферой по окружности. Значит, три электрона располагаются на окружности, а, следовательно, на большой окружности сферы в вершинах правильного треугольника.

$N = 4$. Четыре электрона расположатся в вершинах правильного тетраэдра.

При $N = 2, 3, 4$ в экстремальной конструкции все попарные расстояния между электронами одинаковые. Значит, для доказательства экстремальности приведённых конфигураций можно воспользоваться классическими неравенствами о среднем арифметическом, среднем геометрическом и среднем гармоническом. При оценке снизу потенциальной энергии системы в этих случаях перечисленные неравенства дают точные оценки, т. к. на экстремальных конструкциях обращаются в равенства.

$N = 6$. Шесть электронов расположатся в вершинах правильного октаэдра (эту конфигурацию можно мыслить как точки пересечения осей координат трёхмерного пространства со сферой).

$N = 12$. Двенадцать электронов расположатся в вершинах икосаэдра – правильного многогранника с 20 треугольными гранями и 12 вершинами.

Удивительно, но спустя век после постановки задача Томсона в трёхмерном пространстве решена только для случаев 2, 3, 4, 6 и 12 электронов на сфере. В других случаях экстремальность какой-либо конфигурации математически не доказана.

В качестве решения задачи Томсона мы встретили три из пяти правильных многогранников – тетраэдр, октаэдр и икосаэдр. А что же дают два других правильных многогранника?

$N = 8$. В случае восьми электронов задача не решена. Однако легко показать, что куб не является наилучшим (в смысле минимума потенциальной энергии) расположением. Если «свернуть голову» кубу, т. е. повернуть одно основание относительно другого на 45^0, получится антипризма. Внутри каждого из двух оснований энергия взаимодействия зарядов не изменяется, однако расстояние между электронами разных оснований увеличивается. Значит, антипризма лучше, чем куб, однако является ли она или какая-то другая конфигурация наилучшим расположением электронов, не доказано.

$N = 20$. В случае 20 электронов, так же, как и в случае восьми, можно привести расположение, которое обладает меньшей потенциальной энергией, чем додекаэдр [1].

Рассмотрим первый нерешённый случай – случай пяти электронов на сфере. Численные расчёты показывают, что наилучшее расположение электронов следующее: три электрона в вершинах правильного треугольника, вписанного в экватор, и два электрона по полюсам. Однако математически доказать то, что эта конструкция является наилучшей, пока не удаётся.

На примере пяти электронов рассмотрим понятие равновесной конфигурации. Задача Томсона состоит в нахождении положения зарядов, соответствующего глобальному минимуму потенциальной энергии системы. Существуют и другие конфигурации, придя к которым, система стабилизируется. Они и называются равновесными. Однако энергия таких конфигураций может быть не минимальной. Кроме того, эти конфигурации не являются устойчивыми: если пошевелить один или несколько зарядов в ней, то конфигурация распадается.

Если изначально брошенные на сферу электроны все оказались на экваторе, то никуда с экватора они не уйдут (нет сил, выталкивающих их с экватора, все силы взаимодействия лежат в плоскости экватора). Расположатся они в вершинах правильного пятиугольника.

Рассмотрим ещё одну равновесную конфигурацию. Четыре электрона в вершинах квадрата и один на перпендикулярной к этой плоскости прямой.

Конфигурация так и останется четырёхугольной пирамидой, подобрав наилучшую для минимума энергии высоту.

Важные приложения имеет задача Томсона в пространствах других размерностей.

В случае двумерного пространства, т. е. плоскости, сфера – это окружность. Значит, система N одинаковых зарядов находится на окружности. Пытаясь минимизировать потенциальную энергию системы, они расположатся в вершинах правильного N-угольника.

В размерностях больше трёх задача Томсона математически строго решена лишь в редких случаях. Например, доказано, что в четырёхмерном пространстве 120 электронов расположатся в вершинах правильного многогранника, имеющего соответствующее число вершин.

Некий рекорд поставлен в 24-мерном пространстве. Минимум потенциальной энергии системы из 196560 зарядов на сфере этого пространства достигается, если заряды расположены в концах минимальных векторов решётки Лича.

Известные точные решения задачи Томсона получены методами теории приближения функций. Эта область науки, развитая российским математиком П.Л. Чебышевым и его учениками, является мощным методом решения разного круга задач.

Литература

1. Н.Н. Андреев, В.А. Юдин. Экстремальные расположения точек на сфере // Математическое просвещение (третья серия). 1997. Вып. 1. С. 115 – 121.

А.М. Шаповал

Научный руководитель: Л.Г. Лаврук, преп.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»,

г. Донецк

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ В ТЕОРИИ ИГР

Классические работы математической теории игр Дж. Неймана [1] и Дж. Нэша [2] вызвали не только понятный интерес в математической среде, но и энтузиазм в среде экономистов — в первую очередь, тех, кого в 60-е гг. прошлого века стали называть специалистами в математической экономике.

Напомню содержательную сторону основных результатов Дж. Неймана и Дж. Нэша. Дж. Нейманом показано, что любая антагонистическая игра с постоянной суммой (в частности, нулевой) имеет решение (равновесие) в смешанных стратегиях. В частности, почти сразу же стало понятно, что это решение может быть получено как решение задачи линейного программирования (простое объяснение можно найти в [3], там же и ссылки на оригинальные работы). Полученный результат означал, что антагонистическая игра с постоянной суммой является *tractable* проблемой (как это принято сегодня говорить), т. е. вычислительные трудности при решении таких проблем относительно невелики. Дж. Нэш показал, что любая (точнее, выпуклая) некооперативная (некоалиционная) игра имеет, по крайней мере, одно равновесие в смешанных стратегиях — так называемое Нэш-равновесие (НР). Поиск этого равновесия *не сводится* к задаче линейного программирования, а впоследствии выяснилось, что эта задача в общем случае *untractable*. Общность результатов Неймана и Нэша была впечатляющей, что, впрочем, не отменяло того обстоятельства, что практическое применение всей «игровой кухни» весьма проблематично. В то время как методы решения оптимальных задач (особенно задач линейного программирования) уже в 60-е гг. стали стандартным инструментом для практического использования в самых различных областях, труднее назвать такую область, где бы они не применялись, задачи теории игр оставались, в лучшем случае, инструментом моделирования самых простых экономических ситуаций, помогая экономистам высказывать некоторые гипотезы, численная проверка которых, как правило, была невозможна. В чем же основная причина столь скромных успехов теории игр на практическом поприще? Казалось бы, теория «игры» много ближе человеку, чем решение условных экстремальных задач и потому легко найдет себе применение в его практической деятельности. Но именно эта «близость» оказалась основным препятствием: было очень непросто рассмотреть такие классы задач, которые, с одной стороны, были бы практически интересны, а с другой — могли быть описаны достаточно общей, да еще и вычислительно доступной математической моделью. Оценить перспективность того или иного результата в потоке работ, последовавших за классическими результатами, никто даже не пытался. Лишь в конце прошлого столетия и первое десятилетие нынешнего стало понятно, сколь плодотворными оказались некоторые из работ 60-х–70-х годов. Свидетельством тому стало и присуждение Нобелевских премий по экономике Ауману, Гурвицу, Гейлу и ряду других ученых за результаты, полученные еще в середине прошлого века. Но почему в течение нескольких десятилетий математическая теория игр производила на практиков впечатление чисто математических студий. Тому было несколько объективных причин. Укажем, на наш взгляд, основные причины.

Проблема 1. Динамический характер игр. Классические постановки рассматривали так называемую *one shot* модель: однократное взаимодействие игроков. Достаточно очевидно, что такая модель не является хорошим приближением к реальности. А дальнейшие исследования сразу же установили, что модели повторяющихся игр имеют существенно более сложный вычислительный характер.

Проблема 2. Предположение о полной и совершенной информации. Хотя для антагонистических игр с нулевой суммой это предположение могло быть не столь ограничивающим — было показано существование достаточно точных приближенных методов решения — в общем случае, неточное знание платежной матрицы не позволяло получать сколько-нибудь общие результаты о решениях. Понятно, что в любых реальных условиях говорить о том, что игроки имеют точное представление о платежах оппонентов, было бы большой натяжкой. Заметим, что байесовский подход (представление о равновесии Байеса-Нэша), когда знание об игроках выясняется в процессе игры технически неприемлемо, сложен и не применим в сколько-нибудь нетривиальных случаях.

Проблема 3. Предположение о смешанных стратегиях — краеугольный камень классической теории игр. Но то, что имеет смысл в статистических задачах, таких, например, как контроль качества, совершенно не годится в подавляющем большинстве ситуаций, которые описывают взаимодействия людей. Конечно, для всего можно отыскать пример: скажем, владельца магазина или ресторана интересует средний чек за месяц и в своих «играх» с покупателями он может рассчитывать на то, что реализация «смешанной стратегии» является осмысленной политикой. Но в конкурентной среде, где покупатель всегда имеет возможность *сменить* продавца, разорение может наступить раньше, нежели равновесие. Потому вопросы о возможности получения равновесия в чистых стратегиях для некоалиционных игр и о «качестве» такого равновесия становятся первостепенными, а решить их оказалось очень непросто.

Проблема 4. Это проблема того, насколько понятия «равновесие» и «решение» в теории игр можно полагать синонимами. Если этот вопрос не возникает в антагонистических играх, то уже в некоалиционных играх Нэша от него невозможно отмахнуться. Дело в том, что в самых простых моделях игр возможно существование множества (в принципе, бесконечного) Нэш-равновесий, и почти все такие равновесия с точки зрения здравого смысла — или эффективности по Парето — могут быть абсолютно вздорными.

Проблемы, перечисленные выше, чрезвычайно активизировали исследования в области теории игр. Были не только получены новые интересные результаты, но произошло много большее.

Сформировался ряд новых (и произошел возврат к забытым старым) направлений исследований, причем оказалось, что постиндустриальное общество вообще и, в частности, интернет-технологии последнего десятилетия становятся поставщиком совершенно новых моделей игр. Сегодня уже проглядывают контуры *практического* применения результатов теории и понимания реальной важности развития математической теории игр в жизненно важных для информационного общества вопросах. Ограниченный объем обзора не позволяет представить сколько-нибудь полную картину происходящего в теории игр. Насколько нам известно, наиболее подробный разбор почти всего, что происходит сегодня в теории игр, можно найти в работе «Алгоритмическая теория игр» [4]. Здесь же рассказано о наиболее интересном, с точки зрения практика, направлении — дизайн механизма (*mechanism design*) — а также отмечены исследования, которые, по мнению автора, станут востребованными в ближайшие годы.

Литература:

1. Neuman J., Morgenshtern O. Theory of games and economic behavior. Princeton Univers. Press 1944.
2. Дж. Нэш. Основы теории игр: учебное пособие.- М.: КМАНИР, 2010.
3. Райкен Борел. Проблемы Теории и Практики Управления: учебное пособие.- М.: ЮНОНИВ ,2011.
4. Algorithmic game theory / Ed.: N. Nisan. — Cambridge Univ. Press, 2007.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

РАЗВИТИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ

Тезисы докладов III международной научно-практической интернет-конференции
студентов и аспирантов и молодых ученых
19 апреля 2018 г.

Компьютерный дизайн: В.С. Будыка, Л.Г. Лаврук

Адрес оргкомитета:
Донецкий государственный университет управления,
кафедра высшей математики,
ул. Челюскинцев, 157, г. Донецк, 83015.
e-mail: **k_matem@dsum.org , kvm.konf@gmail.com**