ДОНЕЦКАЯ НАРОДНАЯ РЕСПУБЛИКА
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКАЯ АКАДЕМИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ГЛАВЕ ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ»

ФАКУЛЬТЕТ СТРАТЕГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И МЕЖДУНАРОДНОГО БИЗНЕСА
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
__________ Л.Н. Костина
28.08. 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра»

Направление подготовки: 38.03.01 «Экономика»

Профиль: «Финансы и кредит», «Государственные и муниципальные финансы», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Банковское дело», «Налоги и налогообложение», «Экономика предприятия»

Донецк
2018

Рабочая программа учебной дисциплины «Линейная алгебра» для студентов 1 курса ОУ «бакалавр» направления подготовки 38.03.01 «Экономика» (профиль: «Финансы и кредит», «Государственные и муниципальные финансы», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Банковское дело», «Налоги и налогообложение», «Экономика предприятия») очной и заочной форм обучения.

Автор,
разработчик: доц., к.ф.-м.н., с.н.с. Д.А. Ковтонюк
должность, ученая степень, ученое звание, инициалы и фамилия

Программа рассмотрена на
заседании ПМК кафедры *«Высшей математики»*

Протокол заседания ПМК от 27 августа 2018 г. № 1
дата

Председатель ПМК _____________ Д.А. Ковтонюк
(подпись) (инициалы, фамилия)

Программа рассмотрена на
заседании кафедры *высшей математики*

Протокол заседания кафедры от 27 августа 2018 г. № 1
дата

Заведующй кафедрой _____________ Е.Н. Папазова
(подпись) (инициалы, фамилия)

1. Цель освоения дисциплины и планируемые результаты обучения по дисциплине (соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы).

Профессиональный уровень экономиста во многом зависит от того, освоил ли он современный математический аппарат и умеет ли использовать его при анализе сложных экономических процессов и принятия решений. Поэтому в подготовке экономистов широкого профиля изучение математики занимает значительное место.

Математическая подготовка экономиста имеет свои особенности, связанные со спецификой экономических задач, а также с широким разнообразием подходов к их решению. Задачи теоретической и прикладной экономики очень разносторонни. Так, при решении многих из них студенту необходимо изучить экономико-математическое моделирование и теорию оптимизаций, которые представлены математическими методами исследования операций, в том числе линейным программированием. Все это требует знаний одного из основополагающих математических аппаратов – линейной алгебры.

Актуальность учебной дисциплины «Линейная алгебра» определена тем, что изучаемый материал имеет прикладное значение в образовании будущих экономистов и является фундаментом для изучения других дисциплин.

Цель освоения дисциплины – на базе современных подходов к теории и практике добиться всестороннего и глубокого понимания студентами методологии использования линейной алгебры и различных ее разделов в теоретическом и практическом анализе экономических процессов.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Коды компетенций	**Планируемые результаты освоения образовательной программы**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)**
ПК-9	Владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления.	**Знать:** – основы линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимые для решения экономических задач; – общие формы, закономерности и инструментальные средства линейной алгебры; – методы решения основных задач линейной алгебры; – экономические интерпретации основных математических понятий курса линейной алгебры; – понятия, используемые для математического описания экономических задач; – содержание утверждений и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых математических методов решения экономических задач. **Уметь:** – применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии

		для решения экономических задач; – решать задачи линейной алгебры с использованием справочной литературы; – находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию; – демонстрировать способность к анализу и синтезу; – понять поставленную задачу; – ориентироваться в постановках задач; – на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; – самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата; – осуществлять поиск информации по полученному заданию, собирать и анализировать данные, необходимые для решения задач линейной алгебры. **Владеть:** – навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; – навыками постановки, решения задач и интерпретации результатов в экономических терминах; – навыками представления результатов аналитической и исследовательской работы в виде презентаций и докладов; – вычислительными операциями над объектами экономической природы; – навыками сведения экономических задач к математическим задачам; – навыками анализа и обработки необходимых данных для математической постановки и решения экономических задач; – методами и техническими средствами решения математических задач; – навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла ОПП.

2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» опирается на математические знания студентов, полученные ими в школе. Для успешного освоения дисциплины студент должен обладать математическими знаниями, умениями и навыками в объеме школьного курса математики современной общеобразовательной средней школы.

2.2. Дисциплины и/или практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Данная учебная дисциплина является фундаментом для всех дисциплин математического цикла, для большинства дисциплин гуманитарного, социального и экономического, а также профессионального цикла ОУ «бакалавр» направления подготовки 38.03.01 «Экономика» (профили: «Финансы и кредит», «Государственные и муниципальные финансы», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Банковское дело», «Налоги и налогообложение», «Экономика предприятия»). Изучение дисциплины требует знания математики в объеме курса современной общеобразовательной средней школы. Теоретические дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины является теоретической и практической базой, являются «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Эконометрика», «Теория игр», «Ситуационно-матричное моделирование экономики», «Математическое обеспечение финансовых решений» и др.

3. Объем дисциплины в кредитах (зачетных единицах) с указанием количества академических часов, выделенных на аудиторную (по видам учебных занятий) и самостоятельную работу студента.

<table>
<tr><th rowspan="3">Вид работы</th><th rowspan="3">Зачетные единицы (кредиты ECTS)</th><th colspan="2">Всего часов</th><th colspan="2">Форма обучения
(вносятся данные по реализуемым формам)</th></tr>
<tr><th rowspan="2">О</th><th rowspan="2">З</th><th>Очная</th><th>Заочная</th></tr>
<tr><th>Семестр № 1</th><th>Семестр № 1</th></tr>
<tr><td>Общая трудоемкость</td><td>4</td><td>144</td><td>144</td><td colspan="2">Количество часов на вид работы:</td></tr>
<tr><td colspan="6">Виды учебной работы, из них:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Аудиторные занятия (всего)</td><td>72</td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="6">В том числе:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Лекции</td><td>36</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="4">Семинарские занятия</td><td>36</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="4">Самостоятельная работа (всего)</td><td>72</td><td>136</td></tr>
<tr><td colspan="4">Промежуточная аттестация</td><td>экзамен</td><td>экзамен</td></tr>
</table>

4. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы (темы) дисциплины с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела, темы дисциплины	Виды учебной работы (бюджет времени) (вносятся данные по реализуемым формам)									
	Очная форма обучения					Заочная форма обучения				
	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Самостоятельная работа	Всего	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Раздел 1. ***Системы линейных уравнений и методы их решения***										
Тема 1.1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2	–	2	4	**8**	2	–	2	4	**8**
Тема 1.2. Определители и их свойства. Методы вычисления определителей.	2	–	2	4	**8**	2	–	2	4	**8**
Тема 1.3. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 1.4. Матрицы. Операции над матрицами.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 1.5. Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений матричным методом.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 1.6. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Итого по разделу:	**12**	**–**	**12**	**24**	**48**	**4**	**–**	**4**	**40**	**48**
Раздел 2. ***Векторная алгебра***										
Тема 2.1. Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов. Базис.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 2.2. Скалярное произведение векторов.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 2.3. Векторное и смешанное произведения векторов.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Итого по разделу:	**6**	**–**	**6**	**12**	**24**	–	**–**	–	**24**	**24**
Раздел 3. ***Аналитическая геометрия***										
Тема 3.1. Основные виды уравнения прямой на плоскости.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 3.2. Взаимное расположение двух прямых. Формула расстояния от точки до прямой.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 3.3. Кривые второго порядка: окружность, эллипс.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**

Наименование раздела, темы дисциплины	Виды учебной работы (бюджет времени) (вносятся данные по реализуемым формам)									
	Очная форма обучения					Заочная форма обучения				
	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Самостоятельная работа	Всего	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Тема 3.4. Кривые второго порядка: гипербола, парабола.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Итого по разделу:	**8**	**–**	**8**	**16**	**32**	–	**–**	–	**32**	**32**
Раздел 4. ***Применение линейной алгебры в экономике***										
Тема 4.1. Построение математических моделей экономических задач.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 4.2.. Графический метод решения задач линейного программирования.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 4.3. Модель Леонтьева межотраслевого баланса.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 4.4. Линейная модель международной торговли.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Тема 4.5. Матричные игры.	2	–	2	4	**8**	–	–	–	8	**8**
Итого по разделу:	**10**	**–**	**10**	**20**	**40**	–	–	–	**40**	**40**
Всего за семестр:	**36**	**–**	**36**	**72**	**144**	**4**	**–**	**4**	**136**	**144**

4.2. Содержание разделов дисциплины:

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий		
			Кол-во часов	
			о	**з**
1	2	3	4	5
Раздел 1. ***Системы линейных уравнений и методы их решения.***			**12**	**4**
Тема 1.1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	Системы линейных уравнений. Понятие решения системы. Понятие совместных и несовместных систем. Понятие определенных и неопределенных систем. Понятие эквивалентных систем. Элементарные преобразования над системами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	**Семинарское занятие № 1**	2	2
		1. Элементарные преобразования над системами линейных уравнений. 2. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.1.1-1.1.6 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.1.7-1.1.13 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 1.1.14-1.1.16 из [1].		

Наименование раздела, темы дисциплины	**Содержание разделов дисциплины**	**Содержание семинарских занятий**	**Кол-во часов**	
			о	**з**
1	2	3	4	5
Тема 1.2.	Понятие определителя. Определите ли 2-го и 3-го порядков. Понятия минора и алгебраического дополнения. Формула Лапласа разложения определителя по строке (столбцу). Определители высших порядков. Свойства определителей. Методы вычисления определителей.	**Семинарское занятие № 2**	2	2
Определители и их свойства. Методы вычисления определителей.		1. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка. Правило треугольника. 2. Вычисление миноров алгебраических дополнений к элементам определителя. 3. Формула Лапласа. Вычисление определителей 4-го порядка. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.2.1-1.2.6 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.2.7-1.2.11 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 1.2.12-1.2.20 из [1].		
Тема 1.3.	Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными методом Крамера. Условия применимости метода.	**Семинарское занятие № 3**	2	–
Решение систем линейных уравнений методом Крамера.		1. Решение систем 2-го порядка методом Крамера. 2. Решение систем 3-го порядка методом Крамера. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.3.1-1.3.4 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.3.5-1.3.7 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 1.3.8-1.3.9 из [1]. ***Индивидуальное задание №1:*** задания 1-3 из [1].		
Тема 1.4.	Понятие матрицы. Операции над матрицами: умножение матрицы на число, сложение матриц, произведение матриц, транспонирование матриц. Понятие определителя квадратной матрицы. Обратная матрицы. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы. Формула нахождения обратной матрицы.	**Семинарское занятие № 4**	2	–
Матрицы. Операции над матрицами.		1. Действия над матрицами. 2. Вычисление обратных матриц к матрицам 2-го и 3-го порядка. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.4.1-1.4.7 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.4.8-1.4.13 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 1.4.14-1.4.17 из [1].		

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий	Кол-во часов	
			о	**з**
1	2	3	4	5
Тема 1.5. Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений матричным методом.	Понятие матричного уравнения. Решение матричных уравнений вида $AX = B$, $XA = B$, $AXB = C$. Сведение системы линейных уравнений n-го порядка к матричному уравнение. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными матричным методом. Условия применимости метода.	**Семинарское занятие № 5**	2	–
		1. Решение матричных линейных уравнений. 2. Решение систем 3-го порядка матричным методом. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.5.1-1.5.4 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.5.5-1.5.6 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 1.5.5 из [1].		
Тема 1.6. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	Понятие минора k-порядка. Количество миноров k-го порядка в матрице размера $m \times n$. Понятие ранга матрицы. Вычисление ранга матрицы по определению. Эквивалентные матрицы. Эквивалентные преобразования над матрицами. Вычисление ранга матрицы методом эквивалентных преобразований. Понятие матрицы системы и расширенной матрицы системы. Теорема Кронекера-Капелли.	**Семинарское занятие № 6**	2	–
		1. Вычисление ранга матрицы по определению. 2. Вычисление ранга матрицы методом эквивалентных преобразований. 3. Исследование систем линейных уравнений с помощью теоремы Кронекера-Капелли. ***Задания для аудиторной работы:*** 1.6.1-1.6.3 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 1.6.4-1.6.6 из [1]. ***Индивидуальное задание №2:*** задания 4-6 из [1].		
Раздел 2. ***Векторная алгебра***			**6**	–
Тема 2.1. Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов. Базис.	Понятие вектора. Линейные операции над векторами в геометрической форме. Понятие линейной независимости векторов. Базис. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме.	**Семинарское занятие № 7**	2	–
		1. Операции над векторами в геометрической форме. 2. Разложение вектора по базису. 3. Операции над векторами в координатной форме. ***Задания для аудиторной работы:*** 2.1.1-2.1.10 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 2.1.11-2.1.20 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 2.1.21-2.1.22 из [1].		

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий		
			Кол-во часов	
			о	**з**
1	2	3	4	5
Тема 2.2. Скалярное произведение векторов.	Понятие скалярного произведения векторов. Условие ортогональности векторов. Геометрическое и алгебраическое определение скалярного произведения векторов.	**Семинарское занятие № 8**	2	–
		1. Вычисление скалярного произведения векторов. 2. Применение скалярного произведения векторов при решении геометрических задач. ***Задания для аудиторной работы:*** 2.2.1-2.2.15 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 2.2.15-2.2.30 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 2.2.31-2.2.38 из [1].		
Тема 2.3. Векторное и смешанное произведения векторов.	Понятия векторного и смешанного произведения векторов. Их свойства и геометрический смысл.	**Семинарское занятие № 9**	2	–
		1. Вычисление векторного и смешанного произведения векторов. 2. Применение векторного и смешанного произведения векторов при решении геометрических задач. ***Задания для аудиторной работы:*** 2.3.1-2.3.10 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 2.3.11-2.3.25 из [1]. ***Индивидуальное задание №3:*** задания 7-9 из [1].		
Раздел 3. ***Аналитическая геометрия***			**8**	**–**
Тема 3.1. Основные виды уравнения прямой на плоскости.	Понятие декартовой системы координат на плоскости. Основные формулы аналитической геометрии. Различные виды уравнения прямой на плоскости.	**Семинарское занятие №10**	2	–
		1. Решение простейших задач по аналитической геометрии: длина отрезка, деление отрезка в заданном отношении. 2. Составление уравнения прямой. ***Задания для аудиторной работы:*** 3.1.1-3.1.18 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 3.1.19-3.1.30 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 3.1.31-3.1.35 из [1].		

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий		
			Кол-во часов	
			о	з
1	2	3	4	5
Тема 3.2. Взаимное расположение двух прямых. Формула расстояния от точки до прямой.	Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Формула расстояния от точки до прямой.	**Семинарское занятие №11**	2	–
		1. Решение задач по аналитической геометрии на составление уравнения прямой с использованием признаков параллельности и перпендикулярности прямых. 2. Нахождение расстояния от точки до прямой, нахождение расстояния между параллельными прямыми. ***Задания для аудиторной работы:*** 3.2.1-3.2.13 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 3.2.16-3.2.21, 3.2.25-3.2.28 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 3.2.14-3.2.15, 3.2.29-3.2.34 из [1]. ***Индивидуальное задание №4:*** задания 10-13 из [1].		
Тема 3.3. Кривые второго порядка: окружность, эллипс.	Определение окружности и эллипса. Каноническое уравнение окружности и эллипса. Основные характеристики эллипса.	**Семинарское занятие №12**	2	–
		1. Решение задач на окружность. 2. Решение задач на эллипс. ***Задания для аудиторной работы:*** 3.3.1-3.3.10 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 3.3.11-3.3.20 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 3.3.21-3.3.23 из [1].		
Тема 3.4. Кривые второго порядка: гипербола, парабола.	Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы. Основные характеристики гиперболы и параболы.	**Семинарское занятие №13**	2	–
		1. Решение задач на гиперболу. 2. Решение задач на параболу. ***Задания для аудиторной работы:*** 3.4.1-3.4.9 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 3.4.10-3.4.17 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 3.4.18-3.4.25 из [1]. ***Индивидуальное задание №5:*** задания 14-17 из [1].		

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий		
			Кол-во часов	
			о	з
1	2	3	4	5
Раздел 4. ***Применение линейной алгебры в экономике***			**10**	–
Тема 4.1. Построение математических моделей экономических задач.	Примеры экономических задач, сводимых к задаче линейного программирования. Задача планирования производства.	**Семинарское занятие №14**	2	–
		1. Построение математических моделей экономических задач. ***Задания для аудиторной работы:*** 4.1.1-4.1.11 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 4.1.14-4.1.26 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 4.1.12-4.1.13 из [1].		
Тема 4.2. Графический метод решения задач линейного программирования	Системы линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.	**Семинарское занятие №15**	2	–
		1. Решение задач линейного программирования графическим методом. ***Задания для аудиторной работы:*** 4.2.1-4.2.8 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 4.2.9-4.2.17 из [1]. ***Дополнительные задания:*** 4.1.12-4.1.13 из [1]. ***Индивидуальное задание №6:*** задание 18 из [1].		
Тема 4.3. Модель Леонтьева межотраслевого баланса.	Экономико-математическая модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева). Понятие технологической матрицы и матрицы полных материальных затрат. Проблема продуктивности модели Леонтьева. Достаточные признаки продуктивности.	**Семинарское занятие №16**	2	–
		1. Проверка матрицы прямых затрат на продуктивность. 2. Нахождение плановых объемов валовой продукции отраслей, межотраслевых поставок и чистой продукции отраслей. ***Задания для аудиторной работы:*** 4.3.1-4.3.3 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 4.3.4 из [1]. ***Индивидуальное задание №5:*** задание 19 из [1].		
Тема 4.4. Линейная модель международной торговли.	Структурная матрицы международной торговли. Условие бездефицитной торговли между странами.	**Семинарское занятие №17**	2	–
		1. Составление структурной матрицы торговли. 2. Определение бюджетов стран при сбалансированной		

Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание разделов дисциплины	Содержание семинарских занятий		
			Кол-во часов	
			о	з
1	2	3	4	5
		бездефицитной торговле. ***Задания для аудиторной работы:*** 4.4.1-4.4.2 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 4.4.3-4.4.4 из [1].		
Тема 4.5. Матричные игры.	Основные определения теории игр. Матричные игры. Платежная матрица. Равновесные ситуации. Седловая точка. Решение матричных игр в чистых стратегиях	**Семинарское занятие №18**	2	–
		1. Составление платежных матриц матричных игр. 2. Решение матричных игр в чистых стратегиях. ***Задания для аудиторной работы:*** 4.5.1-4.5.2 из [1]. ***Задания для самостоятельной работы:*** 4.5.3-4.5.4 из [1].		

5. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Контрольные вопросы

1. Может ли в системе линейных уравнений количество неизвестных быть больше количества уравнений? А меньше?

2. Каков общий вид системы двух линейных уравнений с тремя неизвестными?

3. Каков общий вид однородной системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными?

4. В чем состоит прямой и обратный ход метода Гаусса?

5. Может ли система линейных уравнений иметь ровно два решения?

6. Может ли однородная система линейных уравнений быть несовместной?

7. Верно ли, что любая система линейных уравнений, в которой количество неизвестных больше количества уравнений, является несовместной?

8. С каким знаком входит в разложение определителя 3-го порядка слагаемое $a_{13}a_{22}a_{31}$? А слагаемое $a_{11}a_{23}a_{32}$?

9. В определителе 3-го порядка все элементы третьего столбца умножили на 3. Изменилось ли при этом значение определителя?

10. В определителе 4-го порядка к элементам третьей строки добавили соответствующие элементы четвертой строки. Изменилось ли при этом значение определителя?

11. В определителе третьего порядка из элементов третьей строки вычли соответствующие элементы второй строки, умноженные на 7. Изменилось ли при этом значение определителя?

12. Для определителя 3-го порядка минор $M_{12} = 5$. Чему равно алгебраическое дополнение A_{12}?

13. Для определителя 5-го порядка алгебраическое дополнение $A_{44} = 13$. Чему равен минор M_{44}?

14. Определитель 3-го порядка состоит только из двоек и четверок. Может ли значение этого определителя быть равно трем?

15. Определитель 3-го порядка состоит только из чисел 1 и –1. Может ли значение этого определителя быть равно: 1) 0; 2) 3; 3) 6; 4) 7?

16. Какое наибольшее значение может принимать определитель 3-го порядка, если все его элементы могут принимать только значения 0 или 1?

17. Ко всем элементам определителя 2-го порядка прибавили единицу. Изменилось ли при этом значение определителя?

18. Как изменится значение определителя n-го порядка, если у всех его элементов изменить знак на противоположный, если: 1) $n=3$; 2) $n=4$; 3) n – произвольное натуральное число?

19. Сколько определителей и какого порядка нужно вычислить, чтобы решить систему линейных уравнений: 1) 4-го порядка; 2) n-го порядка методом Крамера?

20. Известно, что решением системы линейных уравнений 3-го порядка является набор $(0; -1; 2)$. Чему равны определители Δ_1, Δ_2, Δ_3, если определитель системы $\Delta = 3$?

21. Известно, что для системы линейных уравнений 3-го порядка $\Delta \neq 0$, $\Delta_1 = 1$, $\Delta_2 = 2$, $\Delta_3 = 3$. Может ли набор: 1) $(0; 1; 2)$; 2) $(1; 1; 2)$; 3) $(1; 2; 3)$; 4) $(-1; 2; 3)$; 5) $(-1; -2; 3)$; 6) $(-1; -2; -3)$ быть решением этой системы?

22. Можно ли систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2016, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 2017, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 2018 \end{cases}$ решить методом Крамера?

23. При каком значении параметра a систему $\begin{cases} ax_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$ можно решить методом Крамера?

24. Известно, что определитель квадратной матрицы A равен 123. Чему равен определитель матрицы A^T?

25. Пусть заданы две матрицы: матрица A размера $m \times n$ и матрица B размера $p \times q$. При каких соотношениях между числами m, n, p, q существует произведение AB? Какой размер будет иметь матрица произведения?

26. Можно ли матрицу размера 10×9 умножить на матрицу размера 9×11? А размера 13×17 на 13×17? Если да, то какого размера будет матрица произведения?

27. Задана матрица A размера 2×4 и матрица B размера 4×4. Существует ли определитель матрицы AB?

28. Следует ли из равенства $\Delta(A) = \Delta(B)$, что матрицы A и B равны? Если нет, то приведите соответствующие примеры.

29. Какие матрицы называются коммутирующими? Приведите примеры коммутирующих и некоммутирующих матриц.

30. Известно, что определитель квадратной матрицы A равен 1. Может ли определитель матрицы A^3 быть равен 3?

31. Определители квадратных матриц A и B одинакового размера соответственно

равны 2 и 3. Чему равен определитель матрицы $(AB)^T$ $?

32. Задана матрица размера 3×3. Как выяснить, имеет ли эта матрица обратную?

33. Существует ли матрица X с действительными элементами, удовлетворяющая равенству:

$$X^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 \\ 6 & 1 & 7 \\ -4 & 5 & 8 \end{pmatrix}?$$

34. Можно ли систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 99, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 100, \\ 7x_1 - x_2 + 6x_3 = 101 \end{cases}$$

решить матричным методом?

35. Пусть A – невырожденная матрица. По какой формуле находить решение матричного уравнения:

1) $AXA = E$;
2) $AXA = A$
3) $AXA = A^2$;
4) $AXA = B$;
5) $AXA = AB$;
6) $AXA = BA$?

36. Пусть A – невырожденная матрица. По какой формуле находить решение матричного уравнения:

1) $AXA + A = E$;
2) $AXA + A = B$;
3) $AXA + B = C$?

37. Пусть $A + B$ – невырожденная матрица. По какой формуле находить решение матричного уравнения $AX + BX = C$?

38. Может ли ранг матрицы размера 4×5 равняться пяти? А четырем?

39. К матрице размера 4×3 приписали некоторый столбец. Увеличился ли при этом ранг матрицы?

40. К матрице размера 3×4 приписали строку $(1\ 1\ 1\ 1)$. Увеличился ли при этом ранг матрицы?

41. Можно ли элементарными преобразованиями матрицу $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ привести к единичной матрице 3-го порядка?

42. Может ли система трех линейных уравнений с пятью неизвестными: а) иметь единственное решение; б) не иметь решений?

43. Система четырех линейных уравнений с пятью неизвестными имеет бесконечное множество решений. Верно ли, что набор $(0; 0; 0; 0; 0)$ обязательно является решением этой системы?

44. В каком случае неоднородная система n-го порядка: а) имеет единственное решение; б) имеет бесконечно много решений; в) не имеет решений?

45. Тройка чисел $(0; 0; 0)$ является решением системы 3-го порядка. Верно ли, что эта система однородная?

46. Определитель матрицы однородной системы 3-го порядка равен 5. Может ли тройка чисел $(1;\ 2;\ 3)$ быть решением этой системы? А тройка $(0;\ 0;\ 1)$?

47. Определитель матрицы однородной системы 4-го порядка равен 0. Может ли четверка чисел $(1;\ -1;\ 0;\ 0)$ быть решением этой системы? А четверка $(0;\ 0;\ 0;\ 0)$?

48. Верно ли, что однородная система

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

имеет только нулевое решение?

49. Могут ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$ быть равны между собой?

50. Какие значения может принимать длина суммы двух векторов, длины которых равны 3 и 4?

51. Вектор $\overrightarrow{AB'}$ получен из вектора $\overrightarrow{AB}$ поворотом вокруг точки A на: 1) 1°; 2) 180°; 3) 360°. Равны ли при этом векторы $\overrightarrow{AB'}$ и $\overrightarrow{AB}$?

52. Могут ли векторы $\vec{a} = (\alpha;\ 1;\ 0)$ и $\vec{b} = (\beta;\ 2;\ 1)$ быть коллинеарными при каких-нибудь значениях α и β?

53. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны. При каких значениях λ коллинеарны векторы $\lambda\vec{a} + \vec{b}$ и $3\vec{a} + \lambda\vec{b}$?

54. Известно, что три вектора компланарны. Верно ли, что два из них коллинеарны?

55. Как должны быть расположены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, чтобы модуль их суммы был равен модулю их разности?

56. Пусть O – точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Верно ли, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$?

57. Перпендикулярны ли векторы $\vec{a} = (1;\ 2;\ 3)$ и $\vec{b} = (-1;\ -2;\ 1)$?

58. При каком значении параметра p векторы $\vec{a} = (1;\ 3;\ -2)$ и $\vec{b} = (-1;\ p;\ 4)$ ортогональны?

59. Верно ли, что из равенства $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ следует, что $\vec{b} = \vec{c}$?

60. Известно, что для двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено равенство $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Верно ли, что один из векторов нулевой?

61. Чему равен угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если выполнено равенство $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$? А равенство $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$?

62. Известно, что для двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено равенство $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$. Верно ли, что один из векторов нулевой?

63. Задана точка $A(x_A;\ y_A)$. Какие координаты имеет точка, симметричная точке A относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат; 3) начала координат; 4) биссектрисы I и III координатных четвертей; 5) биссектрисы II и IV координатных четвертей?

64. Для точки $M(1;\ 2)$ построили точку M', симметричную относительно начала координат. Чему равна длина отрезка MM'?

65. Симметричны ли точки $A(2;\ -1)$ и $B(4;\ 3)$ относительно точки $M(3;\ 1)$?

66. Тело, которое находилось в точке $A(3;\ -1)$, переместили в точку $B(2;\ 3)$, а

затем в точку $C(-3;-4)$. Чему равна длина пути, пройденного телом? На какое расстояние переместилось тело относительно своего начального положения?

67. Известно, что один из концов отрезка и его середина имеют целочисленные координаты. Может ли другой конец отрезка иметь нецелочисленные координаты?

68. Как определить, лежит ли точка $A(x_A;\, y_A)$ на прямой $\ell : ax+by+c=0$?

69. Как определить, лежат ли две точки $A(x_A;\, y_A)$ и $B(x_B;\, y_B)$: 1) по одну; 2) по разные стороны от прямой $\ell : ax+by+c=0$?

70. Как найти координаты точки пересечения двух прямых $\ell_1 : a_1x+b_1y+c_1=0$ и $\ell_2 : a_2x+b_2y+c_2=0$?

71. Как найти координаты точек пересечения прямой $\ell : ax+by+c=0$ с осями координат?

72. Как определить, лежат ли три заданные точки $A(x_A;\, y_A)$, $B(x_B;\, y_B)$, $C(x_C;\, y_C)$ на одной прямой? Предложите как можно больше способов.

73. Чему равна площадь треугольника, отсекаемого от координатных четвертей прямой $ax+by+c=0$?

74. Лежат ли точка $M(1;-3)$ и начало координат по одну сторону от прямой $2x-y+5=0$?

75. Как найти расстояние между двумя параллельными прямыми $\ell_1 : a_1x+b_1y+c_1=0$ и $\ell_2 : a_2x+b_2y+c_2=0$?

76. При каком значении параметра α прямые $\ell_1 : x+2y+3=0$ и $\ell_2 : \alpha x+4y+5=0$: 1) параллельны; 2) перпендикулярны?

77. Можно ли через точку $B(4;\,5)$ провести прямую так, чтобы расстояние до нее от точки $C(-2;\,3)$ было бы равно 12?

78. Могут ли угловые коэффициенты перпендикулярных прямых равняться: 1) 3 и $1/3$; 2) 3 и -3; 3) 3 и $-1/3$; 4) $1/3$ и $-1/3$?

79. При каких значениях k и l точки прямой $y=kx+l$ будут равноудалены от точек $A(-2;\,1)$ и $B(1;\,3)$?

80. Пусть A и B такие две точки на плоскости, что $AB=2$. Что является геометрическим местом точек M таких, что $AM+MB=3$?

81. Пусть A – некоторая точка на плоскости. Что является геометрическим местом точек M таких, что $AM=\sqrt{2}$?

82. Может ли точка $C(1;\,1)$ быть центром окружности, проходящей через точки $A(5;\,4)$ и $B(4;-3)$?

83. Чему равен радиус окружности $x^2+y^2-2x+2y-5=0$?

84. При каких значениях параметра a точка $A(a;\,1)$ принадлежит окружности $(x-2)^2+(y-1)^2=25$?

85. Верно ли, что прямая $x=3$ пересекает окружность $x^2+y^2=4$?

86. При каком условии прямая $ax+by+c=0$ касается окружности $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$?

87. Каково взаимное расположение двух окружностей, если их диаметры равны 10 и 6 см, а расстояние между их центрами – 8 см?

88. Чему равно расстояние от точки $(3;-1)$ до центра окружности $(x+2)^2+(y-1)^2=9$?

89. Может ли число точек пересечения эллипса и окружности равняться четырем? А трем?

90. Что будет происходить с эллипсом, если фокусы: 1) приближаются друг к другу; 2) удаляются друг от друга?

91. Точка M принадлежит эллипсу $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. Чему равна сумма расстояний от этой точки до фокусов?

92. При каком значении параметра b эксцентриситеты эллипсов $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ и $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ равны?

93. Может ли эксцентриситет эллипса быть равен 0,9? А $\sqrt{2}$? Если да, то приведите уравнение такого эллипса.

94. Сколько может быть точек пересечения окружности и параболы?

95. Что будет происходить с гиперболой, если фокусы: 1) приближаются друг к другу; 2) удаляются друг от друга?

96. Может ли число точек пересечения гиперболы и окружности равняться четырем? А трем?

97. Может ли эксцентриситет гиперболы быть равен 0,5? А 2? Если да, то приведите уравнение такой гиперболы.

98. При каком значении параметра b эксцентриситеты гипербол $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ и $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1$ равны?

99. Может ли некоторая дуга параболы совпадать с некоторой дугой гиперболы?

100. Какая матрица называется продуктивной? Выяснить, является ли продуктивной матрица $A=\begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 0{,}7 & 0{,}2 \end{pmatrix}$.

5.2. Перечень основной учебной литературы.

1. Ковтонюк Д.А. Линейная алгебра: учебн.-метод. пособие / Д.А. Ковтонюк. – Донецк: ДонАУиГС, 2017. – 285.

2. Ковтонюк Д.А. Линейная алгебра: методические рекомендации по выполнению контрольных работ для студентов 1-го курса ОУ «бакалавр» направления подготовки 38.03.01 «Экономика» (профили: ЭП, ФиК, БУАиА) заочной формы обучения / Д.А. Ковтонюк. – Донецк: ДонГУУ, 2016. – 84 с.

3. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов / Н.Ш. Кремер. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998. – 471 с.

4. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике: учеб. пособ. для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2001. – 407 с.

5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – 10-е изд., испр. / Беклемишев Д.В. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.

6. Малугин В.А. Линейная алгебра. – М.: Эксмо, 2006. – 215 с.

5.3. Перечень дополнительной литературы.

1. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: Учебн. пособие / Под ред. Беклемишева Д.В. – 2-е изд., перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 496 с.

2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскуряков. – М.: БИНОМ, 2005. – 383 с.

3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – 9-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 383 с.

4. Научно-популярный журнал для школьников и студентов «Квант». Электронная версия на сайте: http://kvant.mccme.ru

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» не применяются.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

7.1. Перечень информационных технологий (*при необходимости*).

Информационные технологии не применяются.

7.2. Перечень программного обеспечения (*при необходимости*).

Изучение дисциплины не требует лицензированного программного обеспечения.

7.3. Перечень информационных справочных систем *(при необходимости)*.

Программное обеспечение не применяется и информационные справочные системы не используются.

8. Фонд оценочных средств для контроля уровня сформированности компетенций.

8.1. Виды промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости позволяет оценить уровень сформированности элементов компетенций (знаний и умений), компетенций с последующим объединением оценок и проводится в форме письменной проверки (4 контрольные работы), включая задания для самостоятельной работы (7 индивидуальных заданий). Промежуточной аттестацией является – экзамен, проводимый в письменной форме.

Промежуточная аттестация в форме экзамена позволяет оценить уровень сформированности компетенций в целом по дисциплине и осуществляется в письменной форме в виде билета, содержащего 5 заданий, на выполнение которых студенту отводится 4 академических часа. Студент не допускается к экзамену, если у него в итоге средний балл за текущую успеваемость ниже 3.

8.2. Показатели и критерии оценки результатов освоения дисциплины.

Средним баллом за дисциплину является средний балл за текущую учебную деятельность и экзамен.

Механизм конвертации результатов изучения студентом дисциплины в оценки по традиционной (государственной) шкале и шкале ECTS представлен в таблице.

Средний балл по дисциплине	Отношение полученного студентом среднего балла по дисциплине к максимально возможной величине этого показателя	Оценка по государственной шкале	Оценка по шкале ECTS	Определение
4,50 –5,00	90% – 100%	5	A	отлично – отличное выполнение с незначительным количеством неточностей (до 10%)
4,00 – 4,49	80% – 89%	4	B	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 20%)
3,75 – 3,99	75% – 79%	4	C	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 25%)
3,25 – 3,74	65% – 74%	3	D	удовлетворительно – неплохо, но со значительным количеством недостатков (до 35%)
3,00 – 3,24	60% – 64%	3	E	достаточно – выполнение удовлетворяет минимальные критерии (до 40%)
менее 3,00	35% – 59%	2	FX	неудовлетворительно с возможностью повторной сдачи (свыше 40%)
	0 – 34%	2	F	неудовлетворительно – надо поработать над тем, как получить положительную оценку (свыше 65%)

8.3. Критерии оценки работы студента.

При усвоении каждой темы за текущую учебную деятельность студента выставляются оценки по 5-балльной (государственной) шкале. Оценка за каждое задание в процессе текущей учебной деятельности определяется на основе процентного отношения операций, правильно выполненных студентом во время выполнения задания:

– 90-100% – «5»,
– 75-89% – «4»,
– 60-74% – «3»,
– менее 60% – «2».

8.3.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы)

Образцы индивидуальных заданий

Индивидуальное задание №1 по темам 1.1-1.3 (демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №1 (далее ИЗ-1) предоставляется 3 недели. Работа состоит из трех заданий и включает в себя задания по темам 1.1.-1.3: «Решение систем линейных уравнений методом Гаусса», «Определители и их свойства. Методы вычисления определителей», «Решение систем линейных уравнений методом Крамера».

Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_4 = -2, \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 11x_4 = -11, \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 10x_4 = -7. \end{cases}$$

Задание 2. Вычислить определитель 4-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 0 & -2 \\ 6 & 7 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

Задание 3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

Критерии оценивания заданий ИЗ-1

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех трех заданий отсутствует, либо при решении всех заданий допущены грубые ошибки.
Удовлетворительно	Решено правильно только одно из заданий, возможно с незначительными погрешностями.
Хорошо	Решены правильно два задания и присутствуют незначительные погрешности в каждом задании.
Отлично	Решены правильно все три задания, возможно в одном из которых имеются незначительные погрешности.

Ответы к ИЗ-1

Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**
$(-1, -5, -1, 2)$	-374	$(2, 3, 1)$

Индивидуальное задание №2 по темам 1.4-1.5
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №2 (далее ИЗ-2) предоставляется 3 недели. Работа состоит из трех заданий и включает в себя задания по темам 1.4.-1.6: «Матрицы. Операции над матрицами», «Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений матричным методом», «Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли».

Задание 1. Для заданных матриц $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$:

1) Найти матрицу $C = A^2 - (A+B)(2A-B)$.

2) Решить матричное уравнение $AXB = E$, где E – единичная матрица.

Задание 2. Решить систему линейных уравнений матричным методом:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

Задание 3. С помощью теоремы Кронекера-Капелли исследовать и решить систему линейных уравнений, если она совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 2, \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

Критерии оценивания заданий ИЗ-2

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех трех заданий отсутствует, либо при решении всех заданий допущены грубые ошибки.
Удовлетворительно	Решено правильно только одно из заданий, возможно с незначительными погрешностями.
Хорошо	Решены правильно два задания и присутствуют незначительные погрешности в каждом задании.
Отлично	Решены правильно все три задания, возможно в одном из которых имеются незначительные погрешности.

Ответы к ИЗ-2

Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**
1) $C=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 15 & -4 \end{pmatrix}$; 2) $X=\dfrac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$(2, 3, 1)$	Система несовместна

Индивидуальное задание №3 по темам 2.1-2.3
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №3 (далее ИЗ-3) предоставляется 3 недели. Работа состоит из трех заданий и включает в себя задания по темам 2.1.-2.3: «Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов. Базис», «Скалярное произведение векторов», «Векторное и смешанное произведения векторов».

Задание 1. Для заданных векторов $\vec{a} = (-1, 2)$ и $\vec{b} = (2, 4)$ найти:

1) вектор $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и его длину;

2) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

3) площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задание 2. Для заданных векторов $\vec{a}=(3,\ 2,\ 1)$ и $\vec{b}=(2,\ -2,\ 1)$ найти:

1) единичный вектор $\vec{c}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

2) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задание 3. Заданы три вектора $\vec{a}_1=(-1,1,\ 2)$, $\vec{a}_2=(0,\ 3,\ -1)$, $\vec{a}_1=(3,1,\ 0)$.

1) Доказать, что векторы $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$ образуют базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{b}=(9,\ -1,\ -6)$.

Критерии оценивания заданий ИЗ-3

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех заданий отсутствует, либо допущены грубые ошибки при решении каждого задания.
Удовлетворительно	Решено правильно одно из трех заданий, возможно с незначительными погрешностями.
Хорошо	Решены правильно только два задания, возможно в каждом из которых присутствуют незначительные погрешности при решении.
Отлично	Решены правильно все задания, возможно в каждом из которых имеются незначительные погрешности при решении.

Ответы к ИЗ-3

Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**
1) $\vec{c}=(-7,\ -2)$, $\lvert\vec{c}\rvert=\sqrt{53}$; 2) $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$; 3) $S=4$ кв. ед.	1) $\vec{n}=\left(\dfrac{4}{\sqrt{117}};-\dfrac{1}{\sqrt{117}};-\dfrac{10}{\sqrt{117}}\right)$; 2) $S=\sqrt{117}$ кв. ед.	1) $\begin{vmatrix}-1 & 0 & 2\\ 1 & 3 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}=-22\neq 0$; 2) $\vec{b}=(-3,\ 0,\ 2)$.

Индивидуальное задание №4 по темам 3.1-3.2
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №4 (далее ИЗ-4) предоставляется 2 недели. Работа состоит из четырех заданий и включает в себя задания по темам 3.1.-3.2: «Основные виды уравнения прямой на плоскости», «Взаимное расположение двух прямых. Формула расстояния от точки до прямой».

Задание 1. Составить уравнение прямой, если точка $P(4,\ -2)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую.

Задание 2. На оси абсцисс найти такую точку X, чтобы сумма ее расстояний до точек $M(2,\ 1)$ и $N(4,\ 3)$ была минимальной. Найти эту сумму расстояний.

Задание 3. Задан четырехугольник с вершинами $A(0,\ 0)$, $B(1,\ 2)$, $C(-1,\ 3)$, $D(-4,\ 0)$.

1) Найти координаты точки пересечения его диагоналей.

2) Можно ли около этого четырехугольника описать окружность?

Задание 4. Найти точку Q, которая симметрична точке $P(4,9)$ относительно прямой $x-3y+3=0$.

Критерии оценивания заданий ИЗ-4

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех заданий отсутствует, либо решено только одно задание, либо допущены грубые ошибки при решении каждого задания.
Удовлетворительно	Решено правильно два из четырех заданий, возможно с незначительными погрешностями.
Хорошо	Решены правильно только три задания, возможно в каждом из которых присутствуют незначительные погрешности при решении.
Отлично	Решены правильно все задания, возможно в каждом из которых имеются незначительные погрешности при решении.

Ответы к ИЗ-4

Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**
$2x-y-10=0$	$X\left(\frac{5}{2},0\right)$, $MX+XN=2\sqrt{5}$	1) $O\left(-\frac{8}{17},\frac{24}{17}\right)$; 2) нет, нельзя	$Q(8,-3)$

Индивидуальное задание №5 по темам 3.3-3.4
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №5 (далее ИЗ-5) предоставляется 2 недели. Работа состоит из четырех заданий и включает в себя задания по темам 3.1.-3.2: «Кривые второго порядка: окружность, эллипс», «Кривые второго порядка: гипербола, парабола».

Задание 1. Концевыми точками одного из диаметров окружности являются точки $A(2,-7)$ и $B(-3,3)$. Составить уравнение этой окружности.

Задание 2. Составить уравнение окружности с центром в точке $C(2015,-1)$, касающейся прямой $x+2y-2015=0$.

Задание 3. Найти каноническое уравнение кривой второго порядка, ее вершины и фокусы, построить эту кривую, если известно, что $b=3$, $c=4$, $c<a$.

Задание 4. Найти эксцентриситет ε эллипса, если известно, что расстояние между его директрисами в 4 раза больше расстояния между фокусами.

Критерии оценивания заданий ИЗ-5

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех заданий отсутствует, либо решено только одно задание, либо допущены грубые ошибки при решении каждого задания.

Удовлетворительно	Решено правильно два из четырех заданий, возможно с незначительными погрешностями.
Хорошо	Решены правильно только три задания, возможно в каждом из которых присутствуют незначительные погрешности при решении.
Отлично	Решены правильно все задания, возможно в каждом из которых имеются незначительные погрешности при решении.

Ответы к ИЗ-5

Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**
$(x+1)^2+(y+2)^2=34$	$(x-2015)^2+(y+1)^2=\frac{4}{5}$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$	$\varepsilon=\frac{1}{2}$

Индивидуальное задание №6 по темам 4.1-4.2
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №6 (далее ИЗ-6) предоставляется 2 недели. Работа состоит из двух заданий и включает в себя задания по темам 4.1.-4.2: «Построение математических моделей экономических задач», «Графический метод решения задач линейного программирования».

Задание 1. Рацион кормления стада крупного рогатого скота содержит питательные вещества A, B и C. В сутки одно животное должно съедать питательных веществ разного вида не менее определенного количества. Однако в чистом виде указанные вещества не производятся. Они содержатся в концентратах $К_1$ и $К_2$. Количество питательных веществ в килограмме концентрата, стоимость килограмма каждого концентрата и нормы потребления каждого питательного вещества приведены в таблице:

Питательные вещества	Количество питательных веществ в 1 кг корма, г/кг		Нормы потребления Питательных веществ, г
	$К_1$	$К_2$	
A	2	9	34
B	3	2	16
C	1	2	12
Стоимость 1 кг корма, руб/кг	10	12	

Необходимо:

1) Построить модель минимизации затрат на покупку концентратов для рационального кормления животных с расчетом на одно животное.

2) Решить задачу графическим методом.

Задание 2. Мастерская имеет возможность производить от 15 до 40 штук новогодних елочных шаров двух видов за смену. Затраты краски на один шар первого вида составляют 1 грамм, второго вида – 6 грамм. Запасы краски за смену равны 150 грамм. Время изготовления одного шара первого и второго вида составляет 48 и 16 минут соответственно. За смену работники имеют 1440 минут рабочего времени. Необходимо найти максимальную прибыль мастерской за смену от производства стеклянных новогодних игрушек, если прибыль от реализации изделия первого вида равна 30 рублей, второго – 60 рублей. Для этого необходимо построить экономико-математическую модель поставленной задачи и решить ее графически.

Критерии оценивания заданий ИЗ-6

Полученная оценка	***Критерии оценивания заданий***
Неудовлетворительно	Либо решение всех заданий отсутствует, либо допущены грубые ошибки при решении каждого задания.
Удовлетворительно	Построены математические модели к обеим задачам (пункты 1), но ни одна из них не решена графически (пункты 2).
Хорошо	Построены математические модели к обеим задачам (пункты 1), но только одна из них решена графически (пункт 2).
Отлично	Решены правильно все задания, возможно в каждом из которых имеются незначительные погрешности при решении.

Ответы к ИЗ-6

Задание 1	**Задание 2**
$\begin{cases} x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \\ 2x_1 + 9x_2 \ge 34, \\ 3x_1 + 2x_2 \ge 16, \\ x_1 + 2x_2 \le 12. \end{cases}$ $F(X) = 10x_1 + 12x_2 \to \max.$ $\mathbf{F_{min}=F(2;5)=80}$	$\begin{cases} x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \\ 15 \le x_1 + x_2 \le 40, \\ x_1 + 6x_2 \le 150, \\ 48x_1 + 16x_2 \le 1440. \end{cases}$ $F(X) = 30x_1 + 60x_2 \to \max.$ $\mathbf{F_{max}=F(18;22)=1860}$

Индивидуальное задание №7 по теме 4.3
(демонстрационный вариант)

На выполнение индивидуального задания №7 (далее ИЗ-7) предоставляется 1 неделя. Работа состоит из одного заданий и включает в себя задания по теме 4.3 «Модель Леонтьева межотраслевого баланса».

Задание 1. Рацион Задан межотраслевой баланс трехотраслевой модели хозяйства (X – валовый выпуск, Y – конечный продукт). Построить матрицу прямых затрат, рассчитать коэффициенты полных затрат и валовый выпуск на новый ассортимент конечного продукта Y':

Отрасль	I	II	III	X	Y	Y'
I	15	45	20	30	110	5
II	30	30	30	50	140	25
III	25	15	30	80	150	85

Образцы контрольных работ

Контрольная работа №1 по темам 1.1-1.6 (раздел 1)
(демонстрационный вариант)

На выполнение контрольной работы №1 (далее КР-1) предоставляется 80 минут. Работа состоит из трех частей и включает в себя 9 заданий по темам раздела «Системы линейных уравнений и методы их решения». Часть 1 содержит два задания базового уровня (задания типа А). Часть 2 содержит четыре более сложных задания базового уровня (задания типа В). Задания этих частей считаются выполненными, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных. Часть 3 состоит из трех заданий, требующих полного решения (задания типа С). При их выполнении необходимо записать полное обоснованное решение и ответ.

Задания

А1. Решением какой из приведенных систем является набор $(1,\ 0,\ -2)$?

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ 3x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_2 + x_3 = -2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -3; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$

А2. Чему равно $A - 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$?

а) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

В1. Чему равно $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$?

а) $\begin{pmatrix} 11 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 10 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

В2. Чему равна обратная матрица к матрице $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$?

а) $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$.

В3. Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$?

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3; д) 4.

В4. Какая из приведенных систем является несовместной?

а) $\begin{cases} 105x_1 + 201x_2 = 0, \\ 101x_1 + 110x_2 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + \quad x_2 + \quad x_3 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6, \\ 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 15; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1, \\ 4x_1 + 8x_2 = 4; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 5x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 1, \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$

С1. Решить систему методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - \quad x_2 \qquad = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

С2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

С3. Решить систему матричным методом:

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + \quad x_3 = -1, \\ 3x_1 - \quad x_2 + \quad x_3 = -4, \\ 2x_1 \qquad + 2x_3 = -2. \end{cases}$$

Критерии оценивания заданий КР-1

Правильный ответ каждого из заданий А1 и А2 работы КР-1 оценивается 1 баллом, В1 - В4 − 2 баллами. Полное правильное решение задания С1 оценивается 4 баллами, С2 − 5 баллами, С3 − 6 баллами. Максимальный балл за выполнение всей работы – 25 баллов.

Задания типа А и В считаются правильно выполненным, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных.

Количество полученных баллов за задания типа С зависит от полноты решения и правильности ответа. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Общее количество набранных баллов за работу КР-1 позволяет оценить успешность ее выполнения и уровень усвоения учебного материала раздела 1 «Системы линейных уравнений и методы их решения».

Ответы к КР-1

А1	А2	В1	В2	В3	В4	С1	С2	С3
г	в	д	г	в	д	$(3, 0, -1)$	-213	$(-1, 1, 0)$

Таблица перевода набранных баллов в национальную шкалу

Общее количество набранных баллов	**Соответствие набранных баллов оценке в национальной шкале (определение уровня выполнения работы)**
23 − 25	***Отлично*** − отличное выполнение (ошибок до 10%).
19 − 22	***Хорошо*** − в целом правильная робота, ответы с несколькими незначительными ошибками (ошибок до 25%).
15 − 18	***Удовлетворительно*** − выполнение работы удовлетворяет минимальным требованиям для положительной оценки (ошибок до 40%).
1 − 14	***Неудовлетворительно*** − необходима дополнительная доработка для получения положительной оценки (ошибок более 60%).

Контрольная работа №2 по темам 2.1-2.3 (раздел 2)
(демонстрационный вариант)

На выполнение контрольной работы №2 (далее КР-2) предоставляется 80 минут. Работа состоит из трех частей и включает в себя 9 заданий по темам раздела «Векторная алгебра». Часть 1 содержит два задания базового уровня (задания типа А). Часть 2 содержит четыре более сложных задания базового уровня (задания типа В). Задания этих частей считаются выполненными, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных. Часть 3 состоит из трех заданий, требующих полного решения (задания типа С). При их выполнении необходимо записать полное обоснованное решение и ответ.

Задания

А1. Чему равны координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (1, 1, 2)$?

а) $(0, 3, 3)$; б) $(2, 5, -5)$; в) $(0, 3, -9)$; г) $(2, 5, 5)$; д) $(2, 5, -1)$.

А2. Чему равно скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $\vec{a} = (-1, 0, 3)$, $\vec{b} = (2, 1, -1)$?

а) $(-2, 0, 3)$; б) -5; в) $2\sqrt{15}$; г) 25; д) $(1, 1, 2)$.

В1. Каковы координаты вектора $\overrightarrow{AM}$, если M – точка пересечения диагоналей параллелограмма $OABC$, построенного на векторах $\overrightarrow{OA} = (1, 1, 0)$ и $\overrightarrow{OC} = (0, -3, 1)$, а O – начало координат?

а) $(1, 4, -1)$; б) $(-1, -4, 1)$; в) $\left(\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}\right)$; г) $\left(\frac{1}{2}, 2, -\frac{1}{2}\right)$; д) $\left(-\frac{1}{2}, -2, \frac{1}{2}\right)$.

В2. Чему равно $\left(\vec{a} - \vec{b}\right)^2$, если $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = 135^\circ$?

а) 40; б) $8(3 - \sqrt{2})$; в) 8; г) $8(3 + \sqrt{2})$; д) $4(6 - \sqrt{2})$.

В3. При каком значении λ векторы $\vec{a} = \lambda\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\lambda\vec{k}$ взаимно перпендикулярны?

а) 2; б) -4; в) 1; г) 4; д) 8.

В4. Какая из приведенных троек векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образует базис в трехмерном пространстве?

а) $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (0, 0, 0)$, $\vec{c} = (1, 2, 3)$;

б) $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (4, 5, 6)$, $\vec{c} = (7, 8, 9)$;

в) $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b} = (0, 0, 2)$, $\vec{c} = (0, 0, 5)$;

г) $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b} = (1, 2, 0)$, $\vec{c} = (1, 2, 3)$;

д) $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 2, 3)$, $\vec{c} = (2, 3, 4)$.

С1. Найти объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(2, 2, 2)$, $B(4, 3, 3)$, $C(4, 5, 4)$ и $D(5, 5, 6)$.

С2. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (2, 1, 0)$ и $\vec{b} = (0, -2, 1)$.

С3. Показать, что векторы $\vec{a} = (1, -2, 2)$, $\vec{b} = (2, 3, -1)$ и $\vec{c} = (-1, 1, 3)$ образуют базис в R^3 и разложить вектор $\vec{p} = (1, -8, 2)$ по этому базису.

Критерии оценивания заданий КР-2

Правильный ответ каждого из заданий А1 и А2 работы КР-2 оценивается 1 баллом, В1 - В4 − 2 баллами. Полное правильное решение задания С1 оценивается 4 баллами, С2 − 5 баллами, С3 − 6 баллами. Максимальный балл за выполнение всей работы – 25 баллов.

Задания типа А и В считаются правильно выполненным, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных.

Количество полученных баллов за задания типа С зависит от полноты решения и правильности ответа. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Общее количество набранных баллов за работу КР-2 позволяет оценить успешность ее выполнения и уровень усвоения учебного материала раздела 2 «Векторная алгебра».

Ответы к КР-2

А1	**А2**	**В1**	**В2**	**В3**	**В4**	**С1**	**С2**	**С3**
б	б	д	а	д	г	$\frac{7}{6}$ куб. ед.	90°	$(2, -1, -1)$

Таблица перевода набранных баллов в национальную шкалу

Общее количество набранных баллов	**Соответствие набранных баллов оценке в национальной шкале (определение уровня выполнения работы)**
23 − 25	***Отлично*** − отличное выполнение (ошибок до 10%).
19 − 22	***Хорошо*** − в целом правильная робота, ответы с несколькими незначительными ошибками (ошибок до 25%).
15 − 18	***Удовлетворительно*** − выполнение работы удовлетворяет минимальным требованиям для положительной оценки (ошибок до 40%).
1 − 14	***Неудовлетворительно*** − необходима дополнительная доработка для получения положительной оценки (ошибок более 60%).

Контрольная работа №3 по темам 3.1-3.4 (раздел 3)
(демонстрационный вариант)

На выполнение контрольной работы №3 (далее КР-3) предоставляется 80 минут. Работа состоит из трех частей и включает в себя 9 заданий по темам раздела «Аналитическая геометрия». Часть 1 содержит два задания базового уровня (задания типа А). Часть 2 содержит четыре более сложных задания базового уровня (задания типа В). Задания этих частей считаются выполненными, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных. Часть 3 состоит из трех заданий, требующих полного решения (задания типа С). При их выполнении необходимо записать полное обоснованное решение и ответ.

Задания

А1. Чему равна длина отрезка AB, если $A(1, 2)$ и $B(4, -2)$?

а) 5; б) $\sqrt{5}$; в) 25; г) 3; д) $\sqrt{7}$.

А2. Какая из приведенных прямых проходит через точку $A(2, -1)$?

а) $4x-8y=0$; б) $x+y-1=0$; в) $x-y-1=0$;
г) $3x+y-4=0$; д) $x-3y+1=0$.

B1. Чему равно расстояние от точки $A(-1,-4)$ до центра окружности

$$x^2+y^2-4x+2y+3=0?$$

а) $\sqrt{10}$; б) 18; в) $3\sqrt{2}$; г) $\sqrt{26}$; д) 26.

B2. Чему равна площадь треугольника OAB, где O – начало координат, а A и B – точки пересечения прямой $3x-2y+5=0$ с осями координат?

а) 3; б) 6; в) $\frac{25}{12}$; г) $\frac{25}{6}$; д) $\frac{50}{3}$.

B3. Чему равно расстояние от точки $M(-1,\ 2)$ до прямой $3x-4y+3=0$?

а) $1{,}6$; б) $2{,}2$; в) $2{,}8$; г) 8; д) $0{,}32$.

B4. Чему равен эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$?

а) $9/25$; б) $1{,}25$; в) $0{,}6$; г) $0{,}75$; д) $0{,}8$.

C1. Найти координаты точки пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$, если $A(-3,\ -1)$, $B(5,\ 8)$, $C(6,\ 5)$, $D(1,\ -2)$.

C2. Заданы две точки $P(1,\ 4)$ и $Q(-3,\ 2)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку Q и перпендикулярную отрезку PQ.

C3. Составить уравнение окружности с центром в точке $C(-1,\ 1)$, которая касается окружности $x^2+y^2-6x-8y+16=0$.

Критерии оценивания заданий КР-3

Правильный ответ каждого из заданий А1 и А2 работы КР-3 оценивается 1 баллом, В1 - В4 − 2 баллами. Полное правильное решение каждого из заданий С1-С3 − 5 баллами. Максимальный балл за выполнение всей работы – 25 баллов.

Задания типа А и В считаются правильно выполненным, если студент выбрал единственно правильный ответ из пяти предложенных.

Количество полученных баллов за задания типа С зависит от полноты решения и правильности ответа. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Общее количество набранных баллов за работу КР-3 позволяет оценить успешность ее выполнения и уровень усвоения учебного материала раздела 3 «Аналитическая геометрия на плоскости».

Ответы к КР-3

A1	A2	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3
а	б	в	в	а	д	$(3;\ 3)$	$2x+y+4=0$	$(x+1)^2+(y-1)^2=4$

Таблица перевода набранных баллов в национальную шкалу

Общее количество набранных баллов	Соответствие набранных баллов оценке в национальной шкале (определение уровня выполнения работы)
23 − 25	***Отлично*** − отличное выполнение (ошибок до 10%).
19 − 22	***Хорошо*** − в целом правильная робота, ответы с несколькими незначительными ошибками (ошибок до 25%).
15 − 18	***Удовлетворительно*** − выполнение работы удовлетворяет минимальным требованиям для положительной оценки (ошибок до 40%).
1 − 14	***Неудовлетворительно*** − необходима дополнительная доработка для получения положительной оценки (ошибок более 60%).

Контрольная работа №4 по темам 4.1-4.5 (раздел 4)
(демонстрационный вариант)

На выполнение контрольной работы №4 (далее КР-4) предоставляется 80 минут. Работа состоит из четырех заданий по темам раздела «Применение элементов линейной алгебры в экономике», требующих полного решения. При их выполнении необходимо записать полное обоснованное решение и ответ.

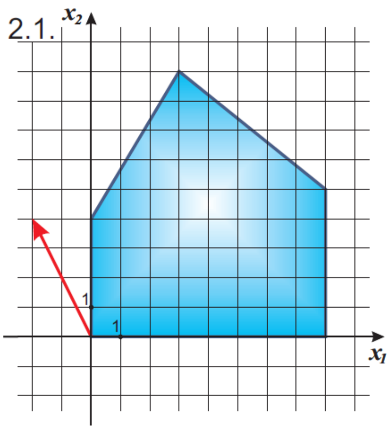
Задания

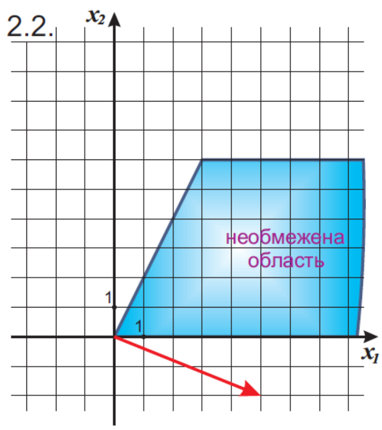
1. Железнодорожное депо планирует сформировать состав из грузовых 30-тонных и 40-тонных вагонов, причем состав поезда не должен превышать 40 вагонов. Предварительно необходимо вагоны отремонтировать. Ремонт меньшего вагона обходится 3000 рублей, а большего – 5000 рублей. Депо выделили 150 тысяч рублей на ремонт вагонов. Необходимо:

1) Составить экономико-математическую модель определения состава поезда с целью максимизации его суммарной грузоперевозимости.

2) Решить полученную модель графическим методом.

2. На рисунках 2.1 и 2.2 изображены область ограничения и градиент целевой функции. Выполняя необходимые построения, найти наибольшее и наименьшее значения целевых функции и указать точки, в которых они достигаются.





3. Петр Иванович может построить на площади Ленина три вида пиццерий: «Челентано», «CherryPizza» и «Sun City», соответственно это будут для него стратегии A_1, A_2 и A_3, а Иван Петрович может построить на этой же площади четыре вида бистро: «Пельменная», «Блинная», «Бабушкины блюда» и «Русские блюда», соответственно это будут для него стратегии B_1, B_2, B_3 и B_4. Найти оптимальные стратегии игроков, если платежная матрица имеет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 15 & 7 & -5 & 3 \\ 4 & 10 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & -2 & -8 \end{pmatrix}.$$

4. Два игрока независимо друг от друга выбирают одно из чисел множества $M=\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Обозначим через x и y – числа, выбранные соответственно первым и вторым игроками. Если $x \geq y$, то первый игрок получает от второго $x-y$ рублей; если же $x<y$, то первый платит второму $x+y$ рублей. Составьте платежную матрицу игры и определите оптимальные чистые стратегии игроков, если таковые имеются.

Критерии оценивания заданий КР-4

Количество полученных баллов за каждое задание зависит от полноты решения и правильности ответа. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Полное правильное решение первой задачи оценивается в 10 баллов (4 и 6 баллов за каждый пункт соответственно), второй задачи – 6 баллов (по 3 балла за каждый пункт), третей – 3 балла, четвертой 6 баллов.

Общее количество набранных баллов за работу КР-4 позволяет оценить успешность ее выполнения и уровень усвоения учебного материала раздела 4 «Применение элементов линейной алгебры в экономике».

Ответы к КР-4

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
$\begin{cases} x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \\ 3x_1+5x_2 \leq 150, \\ x_1+x_2 \leq 40. \end{cases}$ $F(X)=3x_1+4x_2 \to \max$. **F_{max}=F(25;15)=1350**	1) $z=-2x_1+4x_2$, $z_{\min}=z(8, 0)=-16$, $z_{\max}=z(3, 9)=30$; 2) $z=5x_1-2x_2$, $z_{\min}=z(0, 0)=0$.	(A_2, B_3) – пара оптимальных стратегий, $\nu=2$ – цена игры	$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Оба игрока должны выбирать «0», что обеспечит ничью

Таблица перевода набранных баллов в национальную шкалу

Общее количество набранных баллов	Соответствие набранных баллов оценке в национальной шкале (определение уровня выполнения работы)
23 − 25	***Отлично*** − отличное выполнение (ошибок до 10%).
19 − 22	***Хорошо*** − в целом правильная робота, ответы с несколькими незначительными ошибками (ошибок до 25%).
15 − 18	***Удовлетворительно*** − выполнение работы удовлетворяет минимальным требованиям для положительной оценки (ошибок до 40%).
1 − 14	***Неудовлетворительно*** − необходима дополнительная доработка для получения положительной оценки (ошибок более 60%).

Образец экзаменационного билета

Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 17, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 4. \end{cases}$$

Задание 2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p}$ и $\vec{q}$, если известно, что $\vec{p} = \vec{b} - 2\vec{a}$, $\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^0$.

Задание 4. Даны вершины треугольника $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$, $C(3; 5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B.

Задание 5. Цех может производить в день до 50 изделий А и до 20 изделий Б. Суточный ресурс металла составляет 60 кг, при этом на изделие А расходуется 1 кг металла, а на изделие Б – 2 кг. Составить план выпуска изделий, обеспечивающий цеху максимальную прибыль, если известно, что изделие А стоит в два раза дороже изделия Б.

Ответы к билету

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
$(3; -5; 2)$	$\begin{pmatrix} -3 & -5 & -10 \\ -\frac{1}{2} & -4 & -\frac{15}{2} \end{pmatrix}$	6 кв.ед.	$4x + y - 3 = 0$	Необходимо выпускать 50 единиц изделия А и 5 единиц изделия Б, что обеспечит цеху максимальную прибыль, равную 105

Критерии оценивания и таблица перевода набранных баллов в национальную шкалу

За каждое задание ставится 0, 0,25, 0,5, 0,75, 1 баллов в зависимости от полноты и правильности решения. Баллы за каждое задание суммируются и получается общий балл, на основании которого ставится оценка за экзамен.

Средний балл по дисциплине	Оценка по государственной шкале	Оценка по шкале ECTS	Определение
4,5 –5,0	5	A	отлично – отличное выполнение с незначительным количеством неточностей (до 10%)
4,0 – 4,49	4	B	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 20%)
3,75 – 3,99	4	C	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 25%)
3,25 – 3,74	3	D	удовлетворительно – неплохо, но со значительным количеством недостатков (до 35%)
3,0 – 3,24	3	E	достаточно – выполнение удовлетворяет минимальные критерии (до 40%)

до 3,0	2	FX	неудовлетворительно с возможностью повторной сдачи (свыше 40%)
	2	F	неудовлетворительно – надо поработать над тем, как получить положительную оценку (свыше 65%)

8.3.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности

На семинаре преподаватель раздает карточки с вариантами контрольной работы. Студенты оформляют решения в письменном виде и сдают. Далее, преподаватель, ведущий семинарские занятия, проверяет выполненную контрольную работу студентов. На следующем семинаре после контрольной преподаватель раздает проверенные работы студентам.

Контрольная работа № 1 проводится на семинарском занятии № 6 по темам Раздела 1, контрольная работа № 2 – на семинарском занятии № 9 по темам Раздела 2, контрольная работа № 3 – на семинарском занятии № 13 по темам Раздела 3, контрольная работа № 4 – на семинарском занятии № 18 по темам Раздела 4.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение студентами дисциплины «Линейная алгебра» предусматривает проведение лекционных и семинарских занятий под руководством преподавателя согласно расписания занятий, а также самостоятельное освоение дополнительного материала (дополнительной литературы) при подготовке к семинарским занятиям и к экзамену.

При изучении дисциплины «Линейная алгебра» предполагается подготовка к семинарским занятиям, активное участие в них, выполнение заданий к самостоятельной работе, индивидуальных и контрольных работ, связанных с проверкой усвоения основных понятий темы, что требует от студентов систематической работы над литературными источниками, рекомендованными преподавателем, и конспектом лекций.

При освоении содержания дисциплины «Линейная алгебра» также требуется

1) конспектирование лекций и обсуждение всех неясных вопросов с преподавателем;
2) выполнение индивидуальных заданий;
3) выполнение контрольных работ;

В курсе «Линейная алгебра» для изучения предлагается 18 тем. В процессе освоения курса студент должен изучить данный учебно-методический комплекс, внимательно ознакомиться с его разделами, обратить внимание на рекомендованную основную и дополнительную литературу. Специфика данной учебной дисциплины – сложность и абстрактность материала, его информационная насыщенность. Это предполагает внимательное отношение студента к каждому вопросу при восприятии лекций, а также ответственное отношение ко всем формам работы.

Дидактическое назначение лекции заключается в том, чтобы ввести студентов в линейную алгебру, ознакомить с их основными категориями, закономерностями изучаемой дисциплины и ее методическими основами, тем самым определяются содержание и характер всей дальнейшей работы студента. С самого начала лекции необходимо настроить себя на активное ее прослушивание. Не жалейте места в тетради (всегда оставляйте поля), это позволит вам делать комментарии, пометки. Помните, что любая тема и ее основные идеи должны быть найдены вами в кратчайшее время. Хороший конспект лекций значительно облегчает подготовку к практическим занятиям, а в дальнейшем к экзамену.

Семинарские занятия должны помочь изучению лекционного материала: углубить его, расширить, связать теорию с практикой, выработать у студентов самостоятельный подход к оценке дисциплины в целом.

В современной высшей школе семинар является одним из основных видов практических занятий, так как представляет собой средство развития у студентов культуры научного мышления. Поэтому, основная цель семинара для студентов – не взаимное информирование участников, но совместный поиск качественно нового знания, вырабатываемого в ходе обсуждения поставленных проблем. При проведении семинарских занятий студенту важно добиться не простого заучивания материала, а его осмысление и понимание. Это возможно только при активном участии самих студентов в процессе обучения. Существенную помощь студентам здесь окажут приведённые в конце каждой темы контрольные вопросы, а также задания для их самостоятельной работы.

Темы семинаров, задания к ним в рамках курса «Линейная алгебра» могут варьироваться в зависимости от особенностей аудитории, уровня освоения материала. Темы семинаров повторяют темы лекций. На семинар для обсуждения могут быть вынесены отдельные вопросы по какой-либо теме.

Семинарские занятия проводятся с целью закрепления лекционного материала, овладения понятийным аппаратом предмета, методами диагностики и коррекции, изучаемыми в рамках учебной дисциплины.

Семинарские занятия по каждой теме проводятся после того, как преподавателем изложен основной теоретический материал темы.

При организации семинарских занятий преподаватель заранее формулирует тему, основные вопросы плана на основе проработки основной и дополнительной литературы и сообщает студентам, указывая на сроки выполнения и форму отчетности.

При подготовке к семинарским занятиям преподаватель формулирует основные и дополнительные учебные задачи, проблемные вопросы и ситуации, планирует формы работы, наиболее адекватные поставленным целям и задачам.

Преподаватель заранее указывает соответствующую теме семинарского занятия литературу (основную и дополнительную), учитывая наличие данной литературы в достаточном количестве в библиотеке академии.

При подготовке к семинарским занятиям необходимо обязательно выполнить предусмотренное планом задание (по указанию преподавателя), т.е. необходимо оформить (написать) в тетради по данной дисциплине краткие тезисы или развернутый план по вопросам рассматриваемой темы занятия. В процессе коллективного обсуждения внести поправки и дополнения.

На некоторых семинарах возможно проведение контрольных работ.

При такой подготовке семинарское занятие пройдет на необходимом методологическом уровне и принесет интеллектуальное удовлетворение всей группе.

Для повышения эффективности работы на семинарских занятиях, определенная часть материала выносится на самостоятельную работу. Самостоятельная работа по изучению курса с учетом рекомендаций преподавателя была и остается главной формой приобретения знаний.

Уровень и результаты самостоятельной работы студентов проверяются на семинарских занятиях и в индивидуальных беседах.

Самостоятельная работа формирует творческую активность студентов, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления. Самостоятельно изучается рекомендуемая литература, проводится работа с библиотечными фондами и электронными источниками информации, и др. Конспектируя наиболее важные вопросы, имеющие научно-практическую значимость, новизну, актуальность, делая выводы, заключения, высказывая практические замечания, выдвигая различные положения, слушатели глубже понимают вопросы курса.

Преподаватель (по согласованию с кафедрой) на основе отведенного факультетом общего времени для изучения данной дисциплины (конкретных часов на лекционные и практические занятия) определяет порядок рассмотрения основного содержания тем дисциплины.

Также используется система текущего контроля на основе разработанных индивидуальных заданий и контрольных работ. Примерные варианты данных работ по курсу «Линейная алгебра» приводятся в одном из разделов данного учебно-методического комплекса, которые рекомендуется использовать в ходе проведения семинарских занятий.

В период учебного семестра со студентами проводятся индивидуальные и коллективные консультации по данной дисциплине. Форма проведения экзамена по данной дисциплине письменная.

При изучении курса «Линейная алгебра» предполагается как аудиторная, так и самостоятельная работа студентов. В ходе самостоятельной работы студенты выполняют упражнения (включены в данный учебно-методический комплекс). Также обязательным является подготовка ответов на контрольные вопросы и выполнение заданий по семинарским занятиям.

Критериями оценки результатов освоения учебной дисциплины «Линейная алгебра» являются показатели формирования профессиональной позиции у студентов, понимание базового теоретического материала, умение индивидуально намечать пути решения управленческих проблем, применяя знания, полученные при изучении других учебных дисциплин, соответствие моделей и образцов профессионального поведения, демонстрируемого в процессе решения учебных и практических задач.

На заочной форме обучения проводятся лекционные и семинарские занятия по выделенным темам программы, остальные вопросы программы выносятся на самостоятельное изучение.

10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные аудитории.

11. Иные сведения и (или) материалы: (включаются на основании решения кафедры)

СВЕДЕНИЯ О ДОПОЛНЕНИИ И ИЗМЕНЕНИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ НА 2018 / 2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

Линейная алгебра

дисциплина

38.03.01 «Экономика» (профили: ФиК, ГиМФ, БУАиА, БД, НиН, ЭП)

направление подготовки/специальность

ДОПОЛНЕНО (с указанием раздела РПУД)
ИЗМЕНЕНО (с указанием раздела РПУД)
УДАЛЕНО (с указанием раздела РПУД)

Реквизиты протокола заседания кафедры _______________ № _______________ дата