

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОУ ВПО «ДОНЕЦКАЯ АКАДЕМИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ГЛАВЕ ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ»

Кафедра высшей математики

Задания олимпиады по математике

1 марта 2018 года

1. В стаде, состоящем из коней, дромадеров (одногогорбых верблюдов) и двугорбых верблюдов, всего 2018 горбов. Сколько животных в стаде, если известно, что количество коней в стаде равно количеству двугорбых верблюдов? (2б)

2. Вычислите: $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 2017 + 2018$. (3б)

3. В корзине лежат 13 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарную массу любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за 8 взвешиваний суммарную массу всех яблок. (3б)

4. В вагоне находится 60 контейнеров трёх типов: контейнеры первого типа весят 500 кг каждый, второго типа – 400 кг, третьего типа – 300 кг. Стоимость одного контейнера каждого типа – соответственно 800, 700 и 600 рублей. Общий вес всех контейнеров – 25 тонн. Найдите их общую стоимость. (3б)

5. Найдите такие действительные числа α и β , что $\alpha M^2 + \beta M + E = O$, где $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, E – единичная матрица второго порядка, O – нулевая матрица второго порядка. (4б)

6. Составьте уравнения сторон треугольника, зная его вершину $C(4; -1)$, а также уравнение высоты $2x - 3y + 12 = 0$ и медианы $2x + 3y = 0$, проведённых из одной вершины. (5б)

7. Можно ли увезти из каменоломни 50 камней, веса которых 370 кг, 372 кг, 374 кг, ..., 468 кг (веса составляют арифметическую прогрессию с разностью 2 кг), на семи трёхтоннках за один рейс? (5б)

8. Два студента поочередно заменяют звёздочки числами в системе

$$\begin{cases} *x + *y + *z = 0, \\ *x + *y + *z = 0, \\ *x + *y + *z = 0. \end{cases}$$

Доказать, что начинающий всегда может добиться того, что полученная в итоге система будет иметь ненулевое решение (студент, делающий ход, может заменить любую из оставшихся звёздочек любым числом). (5б)