

**II этап Республиканской студенческой олимпиады по математике**

23 марта 2018 года

*Категория М*

1. На двух складах находятся овощи. Если вывозить их на трёхтонных с первого склада и на пятитонных со второго, то всего потребовалось бы 27 машин. Если вывозить их на пятитонных машинах с первого склада и на трёхтонных со второго, то потребовалось бы 29 машин. Определите, сколько тонн овощей находится на обоих складах вместе. (3б)

2. В 100-этажном доме установлен лифт с двумя кнопками. Если нажать первую кнопку, то лифт поднимается на 7 этажей вверх, если на вторую – спускается на 9 этажей вниз. Как на этом лифте можно попасть с 1-го этажа на 72-й? (3б)

3. Имеется 19 каменных глыб весом 1,2 т каждая и 47 глыб весом 1,1 т каждая. Начальник станции хочет погрузить их в два вагона так, чтобы общий вес камней в них был одним и тем же. Сможет ли он это сделать, не дробя камни? (3б)

4. Последовательность  $a_n$  задана первыми двумя членами  $a_1 = 2016$ ,  $a_2 = 2017$  и условием  $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  для всех  $n \geq 1$ . Найдите  $a_{2018}$ . (4б)

5. Найдите наименьшее натуральное число  $n$ , для которого  $A^n = E$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $E$  – единичная матрица 3-го порядка. (4б)

6. Показать, что система уравнений

$$\begin{cases} x + 2y^2 + z^3 = 1 \\ x - y^2 + 2z^3 = 6 \\ x + 3y^2 - z^3 = -4 \end{cases}$$

не имеет решений. (4б)

7. Заданы две точки  $A(2; -2)$ ,  $B(6; -2)$  и окружность  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ . Найдите наименьшее значение площади треугольника  $ABC$ , если точка  $C$  принадлежит заданной окружности. (5б)

8. Найдите такой многочлен  $p(x)$ , что при всех действительных значениях  $x$  выполнено равенство  $p(x) - p'(x) = (x + 1)^2$ . (4б)