

II этап Республиканской студенческой олимпиады по математике

23 марта 2018 года

Категория Э

1. Если первая машина сделает 4 рейса, а вторая 3, то они перевезут вместе меньше 30 тонн груза. Если же первая машина сделает 9 рейсов, а вторая 5, то они перевезут вместе больше 60 тонн груза. Определите, какая из машин имеет большую грузоподъемность. (3б)

2. В 20-этажном доме установлен лифт с двумя кнопками. Если нажать первую кнопку, то лифт поднимается на 13 этажей вверх, если на вторую – спускается на 8 этажей вниз. Можно ли на этом лифте попасть с четвертого этажа на пятый? (3б)

3. Имеется 19 каменных глыб весом 1,2 т каждая и 47 глыб весом 1,1 т каждая. Начальник станции хочет погрузить их в два вагона так, чтобы общий вес камней в них был одним и тем же. Сможет ли он это сделать, не дробя камни? (3б)

4. Числовая последовательность a_n задана первыми членом $a_1 = 20,18$ и условием $a_{n+1} = |a_n - 1|$ для всех $n \geq 1$. Найдите a_{2018} . (4б)

5. Показать, что система уравнений

$$\begin{cases} x + 2y^2 + z^3 = 1 \\ x - y^2 + 2z^3 = 6 \\ x + 3y^2 - z^3 = -4 \end{cases}$$

не имеет решений. (4б)

6. Существует ли натуральное число n , для которого $A^n = E$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, E – единичная матрица 3-го порядка? (4б)

7. Найдите множество всех точек на плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} + \sqrt{(x - 6)^2 + (y - 8)^2} + \sqrt{x^2 + (y - 4)^2} = 15. \quad (5б)$$

8. Найдите такой многочлен $p(x)$, что при всех действительных значениях x выполнено равенство $p(x) - p'(x) = (x + 1)^3$. (4б)